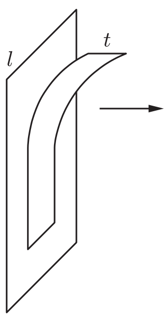
i elektryzują je ładunkami tego samego znaku, czyli ładunkami jednoimiennymi. Ładunki te odpychają się wzajemnie, co powoduje rozchylenie listków elektroskopu.

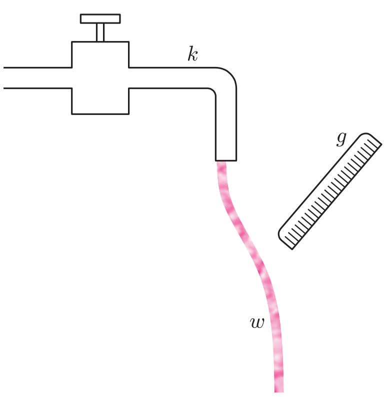
Okazuje się, że dla spowodowania rozchylenia listków nie musimy dotykać kulki elektroskopu – wystarczy zbliżenie naelektryzowanego ciała. Żeby to sprawdzić, dotykamy palcem kulki elektroskopu, powodując przez to jego uziemienie, czyli odprowadzenie do ziemi ładunków elektrycznych. Następnie zbliżamy naelektryzowaną linijkę do kulki elektroskopu. Listki powinny się rozchylić. Po oddaleniu linijki listki powinny opaść. Ten sposób elektryzowania nazywamy elektryzowaniem nietrwałym przez indukcję.



Rys. 3. Elektryzowanie ciał przez szybkie rozdzielenie; l – linijka, t – taśma klejąca.

Spróbujemy teraz naelektryzować elektroskop przez indukcję w sposób trwały. Na początek uziemiamy elektroskop, dotykając jego kulki – listki powinny opaść. Następnie elektryzujemy linijkę przez pocieranie i zbliżamy ją do kulki elektroskopu, nie dotykając jej – listki powinny się rozchylić. Trzymając linijkę w pobliżu kulki ponownie uziemiamy elektroskop, co powoduje, że listki opadają. Teraz najpierw rozłączamy uziemienie, zabierając palec z kulki elektroskopu, a następnie odsuwamy linijkę. Okazuje się, że listki elektroskopu rozchylają się i pozostają w tym stanie przez wiele minut. Czytelnikom pozostawiamy szczegółowe wyjaśnienie tego sposobu elektryzowania. Dla ułatwienia odpowiedzmy na pytanie, jaką rolę spełnia ponowne uziemienie elektroskopu?

Żeby naelektryzować ciało, niekoniecznie musimy je pocierać. Wystarczy szybkie rozdzielenie ciał. Dla sprawdzenia tego sposobu wykonajmy następujące doświadczenie. Kawałek taśmy klejącej o długości ok. 15 cm przyklejamy do linijki, pozostawiając górny kawałek nieprzyklejony (rys. 3). Palcami jednej ręki trzymamy linijkę za górny koniec, a palcami drugiej ręki chwytamy nieprzyklejony kawałek taśmy. Energicznym ruchem pociągamy za taśmę odrywając ją od linijki. Linijkę i taśmę przykładamy kolejno do kulki elektroskopu, sprawdzając ich naelektryzowanie.



Rys. 4. Elektryzowanie strumienia wody; k – kran, w – strumień wody, g – naelektryzowany grzebień lub linijka.

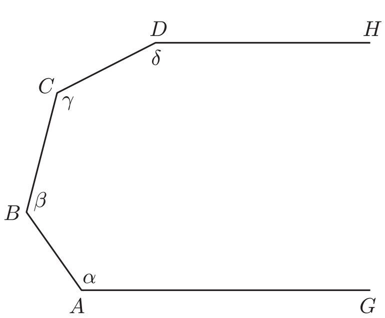
Elektryzowane ciało niekoniecznie musi być w stałym stanie skupienia. Może ono być cieczą. Łatwo się o tym przekonać, wykonując na zakończenie jeszcze jedno doświadczenie. Odkręcamy trochę kran z wodą, tak żeby woda płynęła cienkim, nieprzerwanym strumieniem (rys. 4). Strumień powinien być tak cienki, jak to tylko możliwe – minimalne przykręcenie kranu powinno powodować jego przerwanie i powstanie kropli. Grzebień lub linijkę elektryzujemy przez potarcie ich tkaniną i zbliżamy do strumienia wody. Co dzieje się ze strumieniem? Widzimy, iż strumień wyraźnie odchyla się w kierunku naelektryzowanego przedmiotu.

motywy Logo

O odwracaniu żółwia ogonem

Andrzej WALAT

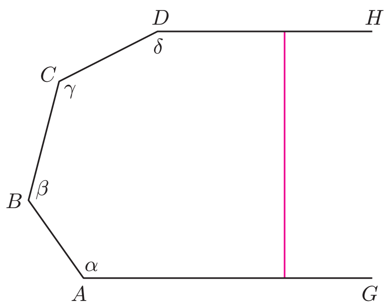
„Nie odwracaj kota ogonem” mówimy do kogoś, kto przekłamuje rzeczywistość, burząc lub odwracając naturalny porządek rzeczy. Takie postępowanie często uważamy za niewłaściwe w życiu i nauce. Ale i w życiu, i w nauce bywa ono bardzo owocne. W tym artykule będę odwracał żółwia ogonem. Porównam różne rozwiązania dwóch zadań geometrycznych z konkursów matematycznych dla gimnazjalistów *Wstęga Möbiusa* organizowanych przez Żoliborski Oddział Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki: rozwiązania tradycyjne i *rozwiązania żółwiowe*.



Rys. 1

Zadanie 1. Rysunek 1 przedstawia łamaną, której dwa boki AG oraz DH są równoległe. Oblicz sumę kątów α, β, γ oraz δ.

Rozwiązanie tradycyjne. Rysujemy odcinek prostopadły do boków AG oraz DH (jak na rysunku 2). Otrzymujemy sześciokąt, który ma kąty wewnętrzne α, β, γ, δ oraz dwa kąty proste. Ze wzoru na sumę kątów wewnętrznych n-kąta wypukłego: $\alpha+\beta+\gamma+\delta+180^\circ=(6-2)\cdot 180^\circ$, a wobec tego: $\alpha+\beta+\gamma+\delta=3\cdot 180^\circ=540^\circ$.



Rys. 2

Rozwiązanie żółwiowe. Żółw, który zaczyna wędrówkę w punkcie G, żeby dojść do drugiego końca łamanej H, musi po drodze wykonać cztery obroty w prawo, kolejno o kąt: $180° - \alpha$, $180° - \beta$, $180° - \gamma$ oraz $180° - \delta$. W sumie obróci się o $180°$, ponieważ pierwszy i ostatni odcinek łamanej będzie pokonywał, idąc w przeciwnych kierunkach. Wobec tego:

$$(180° - \alpha) + (180° - \beta) + (180° - \gamma) + (180° - \delta) = 180°$$

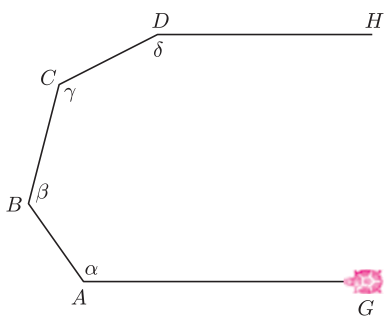
i po przekształceniu tej równości otrzymujemy ten sam co poprzednio wynik: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 540°$.

Zadanie 2. Jaką miarę ma kąt x na rysunku 4?

Rozwiązanie tradycyjne ilustruje rysunek 5.

Rozwiązanie żółwiowe wymaga trochę mniej rachunków. Brzeg wielokąta na rysunku 4 jest śladem wędrówki żółwia wykonującego następującą sekwencję poleceń:

```
naprzód :a prawo 125 naprzód :b lewo :x naprzód :c prawo 130 naprzód :d
prawo 150
```

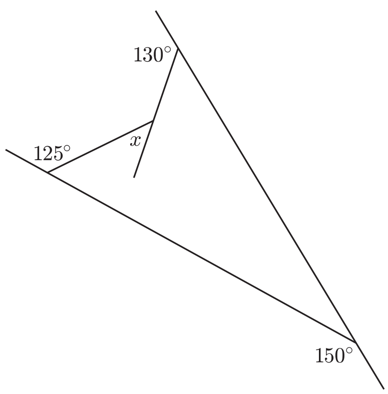


Rys. 3

gdzie wartościami parametrów `a`, `b`, `c` oraz `d` są długości odpowiednich boków czworokąta, zaś wartością parametru `x` – szukana miara kąta. Żółw obchodząc czworokąt, wykonuje w sumie jeden pełny obrót o 360 stopni, tzn. $125° - x + 130° + 150° = 360°$. Stąd $x = 45$.

Komentarz. W żółwiowym rozwiązaniu zadania 2 korzystamy z twierdzenia

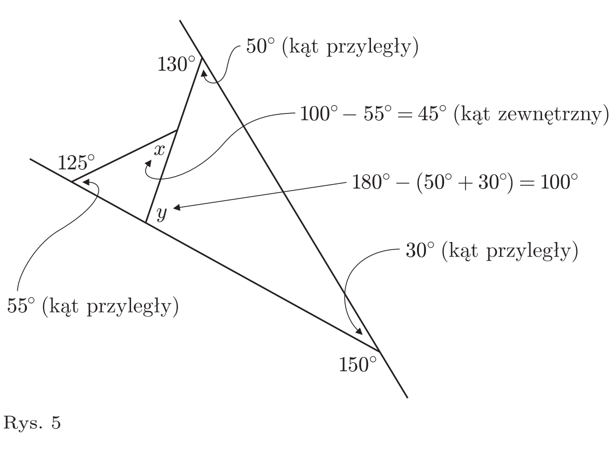
Całkowity obrót żółwia poruszającego się wzdłuż zwykłej (tzn. bez przecięć) krzywej zamkniętej wynosi $360°$.



Rys. 4

Jest ono intuicyjnie tak bardzo oczywiste, że naturalnie nie czujemy potrzeby, by je dowodzić. Przyjmujemy je za pewnik. Ale czy to jest uprawnione? Żółw obchodząc okrąg, niewątpliwie wykonuje pełny obrót o $360°$ (`powtórz 360 [naprzód 1 prawo 1]` – ale czy to jest procedura rysowania okręgu?). A biegacz, który pokonuje jedno okrążenie bieżni składającej się z dwóch półokręgów i dwóch odcinków prostoliniowych? A nasz kierowca Formuły 1 Robert Kubica, kiedy pokonuje jedno okrążenie krzywoliniowego zamkniętego toru Monza? Czytelnikom, którzy czują potrzebę głębszej analizy i uzasadnienia naszego pewnika, polecam rozdział pt. *Topologia krzywych żółwiowych* w książce Harolda Abelsona i Andrea Di Sessy *Geometria żółwia.* Tymczasem zajmiemy się jeszcze jedną jego konsekwencją. Żółw, który wędruje po brzegu dowolnego n-kąta wypukłego i wraca do punktu i kierunku wyjściowego, wykonuje w sumie pełny obrót o $360°$, będący sumą n obrotów o kąty: $180° - \alpha_1, 180° - \alpha_2, \ldots, 180° - \alpha_n$, gdzie $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ to odpowiednie kąty wewnętrzne wielokąta.

Wobec tego: $(180° - \alpha_1) + (180° - \alpha_2) + \ldots + (180° - \alpha_n) = 360°$.



Rys. 5

Po przekształceniu tej równości otrzymujemy znany wzór na sumę kątów wewnętrznych dowolnego wielokąta wypukłego:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = (n - 2) \cdot 180°.$$

(A jak to jest z wielokątami, które nie są wypukłe?)

W tradycyjnych szkolnych podręcznikach geometrii zwykle najpierw, korzystając z właściwości kątów naprzemianległych i odpowiednich, dowodzi się faktu A, że suma kątów wewnętrznych dowolnego trójkąta jest równa $180°$. Następnie, korzystając z A, dowodzi się B – twierdzenia o sumie kątów wewnętrznych dowolnego wielokąta. W naszej geometrii A jest konsekwencją B, bo trójkąt jest szczególnym przypadkiem wielokąta. W ten sposób odwróciliśmy kota (NIE, NIE – żółwia) ogonem.