motywy Logo

Co liczy komputer

Andrzej WALAT

Faktycznie komputer przetwarza zapisy cyfrowe, tj. sekwencje zer i jedynek, Odpowiedź na pytanie: Co liczy komputer? zależy od tego, jak zinterpretujemy te zapisy i działania. Zilustruję to na przykładzie. Załóżmy, że mamy proste urządzenie liczące (minikomputer) wyposażone w dwa układy: czterobitowy sumator i również czterobitowy multiplikator. Jeśli na wejścia sumatora (lub multiplikatora) podamy dwa słowa czterobitowe, które naturalnie możemy interpretować jako binarne zapisy dwóch liczb całkowitych z zakresu od 0 do 15, to na wyjściu dostaniemy czterobitowy zapis ich sumy (iloczynu) modulo 16. Możemy więc używać naszego komputera jako urządzenia do wykonywania działań arytmetycznych na nieujemnych liczbach całkowitych nie większych niż 15. Ale słowa czterobitowe można też interpretować jako zapisy liczb całkowitych z zakresu od -5 do 10. Do zamiany liczb z tego zakresu na ich czterobitowe zapisy będziemy używali specjalnego kodu – nazwijmy go `specKodem`. Żeby wyznaczyć `specKod` liczby `n`, obliczamy resztę z dzielenia tej liczby przez 16 i zapisujemy ją w postaci czterech bitów. `SpecKodem` liczby -5 jest czterobitowy zapis liczby 11 tj. 1011. Mając dany czterobitowy `specKod k` jakiejś liczby, możemy wyznaczyć jej wartość również w bardzo prosty sposób: zamieniamy zapis dwójkowy `k` na liczbę dziesiętną `d` (w zwykły sposób) i jeśli `d > 10`, odejmujemy 16. Te zależności można zdefiniować w Logo w następujący sposób:

```
oto specKod :n
wynik czterobitowo reszta :n 16
już
oto wartośćKodu :k
niech "d decymalnie :k
jeśli :d > 10[przyp "d :d - 16]
wynik :d
już
```

Wyobraźmy sobie, że Bill interpretuje czterobitowe słowa jako zwykłe dwójkowe zapisy liczb, natomiast Alicja, która nie lubi standardowych interpretacji, traktuje je jako `specKody` liczb z zakresu od -5 do 10. Słowa 1101 oraz 1110 to według Billa zapisy liczb 13 oraz 14, a według Alicji to `specKody` liczb -3 oraz -2. Po podaniu ich do sumatora otrzymamy wynik 1011, który Bill zinterpretuje jako zapis liczby $13 + 14 \bmod 16 = 11$, natomiast Alicja jako `specKod` liczby $11 - 16 = -5$.

Dla takich samych danych multiplikator da wynik 0110, który zarówno Bill, jak i Alicja odczytają jako zapis liczby 6. Dla obojga z nich będzie to poprawny wynik mnożenia, ponieważ $13 \cdot 14 = 6 \bmod 16$, a jednocześnie $-3 \cdot -2 = 6$. Również dla innych danych zarówno Alicja, jak i Bill otrzymają poprawne wyniki dodawania i mnożenia (modulo 16) liczb z odpowiednich zakresów. Wynika to po prostu z właściwości działań arytmetycznych modulo n i to spostrzeżenie dotyczy nie tylko naszego skromnego czterobitowego minikomputera. Jego ośmiobitowy odpowiednik Bill uznałby zapewne za maszynkę do wykonywania obliczeń arytmetycznych na liczbach z zakresu $[0 \ldots 255]$, ale dla Alicji mógłby to być komputer działający w innym zakresie, na przykład $[-85 \ldots 170]$. Czasem taki zakres, w którym jest dwa razy więcej liczb dodatnich niż ujemnych, mógłby być przydatny. Gdyby Alicja wybrała inny zakres $[-128 \ldots 127]$, w którym jest prawie tyle samo liczb dodatnich co ujemnych, to jej `specKod` byłby identyczny z bardzo popularnym kodem uzupełnień do 2, o którym pisała w *Delcie* Agnieszka Mędlar. Różne drogi mogą prowadzić do kodu uzupełnień do 2, a czasem okazuje się, że aby zrozumieć, jak liczy komputer, wystarczy znajomość właściwości działań arytmetycznych modulo n.

Czytelnikom, którzy lubią empiryczne weryfikacje teoretycznych uzasadnień, proponuję zbudowanie w Logo modelu czterobitowego sumatora i multiplikatora, czyli zdefiniowanie funkcji o nazwie `sumator` (`multiplikator`), która dla danych czterobitowych zapisów liczb z zakresu od 0 do 15 daje w wyniku czterobitowy zapis ich sumy (iloczynu) modulo 16. Umożliwi to sprawdzenie, czy faktycznie ta maszynka działa poprawnie również w arytmetyce Alicji. Po napisaniu polecenia

```
pisz wartośćKodu multiplikator kodLiczby -3
kodLiczby -2
```

na ekranie tekstowym powinien pojawić się wynik: 6.

Literatura: Agnieszka Mędlar, *Jak liczy komputer*, *Delta* 6/2008.

Rozwiązanie zadania M 1216.
Odpowiedź: Nie można.

Niech α będzie płaszczyzną dzielącą sześcian na dwie bryły o równych objętościach. Niech z kolei β będzie płaszczyzną, która przechodzi przez środek sześcianu i jest równoległa do płaszczyzny α. Każda płaszczyzna przechodząca przez środek symetrii sześcianu rozcina go na dwie przystające bryły, a więc na bryły o równych objętościach. Wobec tego płaszczyzna β również dzieli sześcian na dwie bryły o równych objętościach, a zatem objętość części sześcianu zawartej pomiędzy płaszczyznami α i β musi być równa 0. Stąd wynika, że płaszczyzna α musi przechodzić przez środek sześcianu.

Przekrój sześcianu płaszczyzną α jest więc wielokątem mającym środek symetrii, a więc wielokątem o parzystej liczbie boków. Zatem nie istnieje przekrój sześcianu spełniający warunki zadania.