



### Rozwiązanie zadania M 1208.

Oznaczmy przez  $X$  osobę, która ma największą liczbę znajomych równą  $k$ . Niech  $X_1, X_2, \dots, X_k$  będą znajomymi, natomiast  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-k-1}$  nieznanymi osoby  $X$ . Wówczas żadne dwie osoby  $X_i, X_j$  nie znają się – w przeciwnym razie ( $X_i, X_j$ ) byłaby parą znajomych mających wspólnego znajomego  $X$ . Wobec tego każda para  $(X_1, X_2), (X_1, X_3), \dots, (X_1, X_k)$  ma wśród gości  $Y_i$  dokładnie jednego wspólnego znajomego.

Ponadto pary  $(X_1, X_i)$  oraz  $(X_1, X_j)$  nie mogą mieć tego samego wspólnego znajomego  $Y$  wśród osób  $Y_i$  – w przeciwnym razie para nieznanymi  $(X, Y)$  miałaby co najmniej trzech wspólnych znajomych:  $X_1, X_i, X_j$ . Zatem osoba  $X_1$  ma dokładnie  $k$  znajomych.

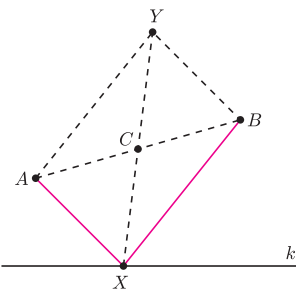
Analogicznie dowodzimy, że każda z osób  $X_2, X_3, \dots, X_k$  ma dokładnie  $k$  znajomych.

Niech  $Y$  będzie jedną z osób  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-k-1}$ . Wówczas para nieznanymi  $(X, Y)$  ma wspólnego znajomego  $X_i$ . Przeprowadzając powyższe rozumowanie i zastępując osobę  $X$  osobą  $X_i$ , dochodzimy do wniosku, że osoba  $Y$  także ma dokładnie  $k$  znajomych. To kończy rozwiązanie zadania.



### Rozwiązanie zadania M 1209.

Uzupełnijmy trójkąt  $AXB$  do równoległoboku  $AXBY$ .



Wówczas na mocy reguły równoległoboku uzyskujemy

$$2AX^2 + 2BX^2 = AB^2 + XY^2.$$

Zatem oznaczając przez  $C$  środek odcinka  $AB$  otrzymujemy

$$AX^2 + BX^2 = \frac{1}{2}AB^2 + 2CX^2.$$

Wobec tego wartość  $AX^2 + BX^2$  jest najmniejsza wtedy i tylko wtedy, gdy długość odcinka  $CX$  jest najmniejsza. To oznacza, że szukanym punktem  $X$  jest rzut prostokątny punktu  $C$  na prostą  $k$ .

## Patrz w niebo

Liczne obrazy planetoid, uzyskane do dziś przez sondy kosmiczne z bliska, ukazują szare, nieregularne i pokryte kraterami bloki skalne. Tymczasem od dziesięcioleci astronomowie wiedzą, że ciała te różnią się barwą. Barwa i zdolność odbijania światła (albedo) stały się zresztą podstawą dla różnych systemów klasyfikacji planetoid. Na przykład obiekty tworzące wewnętrzną część pasa planetoid są lekko czerwieniejsze od obiektów zewnętrznej części. Do dziś specjaliści wyróżnili około 30 tzw. rodzin planetoid. Rodzinę tworzy zbiór planetoid mających takie same niektóre elementy orbit, np. taką samą wielką półoś lub nachylenie orbity do płaszczyzny ekliptyki. Wierzmy, że obiekty należące do ustalonej rodziny powinny też mieć tę samą barwę.

Dotychczasowe obserwacje rzeczywiście dowodziły podobieństw barw planetoid w obrębie rodziny. Nowsze obserwacje pochodzą z ogromnego przeglądu nieba *Sloan Digital Sky Survey*, zawierającego położenia, jasności i barwy około pół miliarda gwiazd i galaktyk. Barwy są w nim podane w pięciu zakresach, od bliskiej podczerwieni do nadfioletu, zostały pomierzone za pomocą 2,5-metrowego teleskopu stojącego w Apache Point Observatory w Nowym Meksyku (USA). Przy okazji w przeglądzie tym znalazło się wiele planetoid. Tak powstał ogromny materiał obserwacyjny, w którym stało się możliwe precyzyjne rozróżnianie rodzin planetoid na podstawie samej barwy obiektów, co wypróbowano na ponad 6600 obiektach o znanych elementach orbit. Okazało się, że jeżeli nawet nie można rozróżnić rodzin na podstawie elementów, to można to zrobić na podstawie analizy barw. Dlatego, według badaczy, barwa planetoid stała się niezwykle czułym wskaźnikiem należenia do rodziny. Szczególnie efektywnym sukcesem było wykrycie w rodzinie Koronis „podrodziny” 39 planetoid, których prześledzenie ruchu w przeszłości doprowadziło do wniosku, że najprawdopodobniej są one fragmentami większego obiektu rozbitego 5,8 mln lat temu – czyli w kosmicznej skali dopiero co. Dalsze prace są w toku.

Tomasz KWAST



## Czerwiec

W czerwcowe wieczory stosunkowo blisko zenitu bywa Mała Niedźwiedzica. Ten niewielki gwiazdozbiór jest jednak często rozpoznawany, gdyż jego najjaśniejszą gwiazdą jest Gwiazda Polarna, wskazująca, z odchyleniem  $1^\circ$ , położenie północnego bieguna nieba. Tak więc prowadząc nawigację za pomocą Gwiazdy Polarnej trzeba ten fakt uwzględnić, gdyż zabłądziwszy na morzu o  $1^\circ$  można trafić do niewłaściwego państwa. Gwiazda Polarna jest pulsującą gwiazdą zmienną, konkretnie cefeidą. Jej zmiany jasności są jednak tak małe (od 2,12 do 2,26 mag), że bez przyrządów pomiarowych właściwie ich się nie zauważy. Jest gwiazdą 12 000 razy jaśniejszą od Słońca, ma trójkę towarzyszy i znajduje się w odległości 330 pc. W Małej Niedźwiedzicy nie ma ciekawych obiektów, którymi mógłby się zainteresować miłośnik astronomii.

Wenus jest wraz ze Słońcem w Byku, więc jej nie widać. Mars i Saturn są w Lwie i wieczorem zachodzą. Jowisz jest w Strzelcu i wieczorem wschodzi, aczkolwiek widać go dość nisko nad południowym horyzontem. Nów Księżyca wypada 3 VI, pełnia 18 VI. Księżyc zakryje Marsa 8 VI, co będzie widać w Nowej Zelandii i Antaresa 17 VI, co zobaczą mieszkańcy Polinezji i Ameryki Południowej. Noce – jak to w czerwcu – są bardzo krótkie i nawet ciemność nie zapada tak głęboka, jak chcieliby obserwatorzy. 21 VI nastąpi letnie przesilenie, zacznie się lato i noce zaczną się wydłużać. Przewidywalnych rojów meteorów w czerwcu nie ma.

T. K.