Czytelnik łatwo sprawdzi, że to postępowanie spełnia wszystkie wymienione warunki.

...i rozciągliwe! Moglibyśmy w tym miejscu zakończyć rozważania. Jednak rasowy matematyk będzie daleki od szczęścia i zapyta, czy z tego rozwiązania nie da się „wycisnąć” więcej. A my go zadowolimy! Otóż okazuje się, że takie samo postępowanie można wykorzystać do rozwiązania ogólniejszego zadania, które zakłada, że uczniowie są zamożniejsi. Niektóre z warunków 1–7 przyjmą wtedy nową postać:

1'. Każdy przygotowuje prezenty dla m $(0 < m < n)$ osób.

3'. Każdy jest obdarowany prezentami od m osób.

4'. Każdy powinien znać nazwiska osób, dla których przygotowuje prezenty.

Schemat odpowiedniego postępowania dla $m = 3$ i $n = 5$ został pokazany na rysunku (w rzeczywistości koperty są czyste; liczby, które na nich widać, na rysunku odpowiadają nazwiskom znajdującym się w środku kopert i mają ułatwić zrozumienie całej procedury).
Czy to już wszystkie niespodzianki? Otóż nie. Na koniec zdradzimy Czytelnikowi głęboko skrywaną tajemnicę, że autorem przedstawionego rozwiązania $m = 1$ jest studentka psychologii! Pomysłowość nie zna granic!

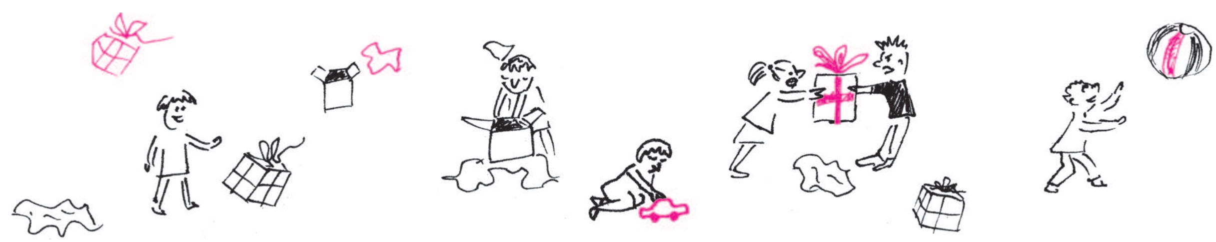
Od redakcji. Problem postawiony w artykule można sformułować następująco: chcemy przypisać każdej osobie (darczyńcy) inną osobę (obdarowanego), czyli zdefiniować permutację π zbioru $\{1, \ldots, n\}$, która nie ma punktów stałych (takich i, że $\pi(i) = i$). Takie permutacje nazywamy *nieporządkami*. Liczba n-nieporządków spełnia równanie rekurencyjne

$$D_0 = 1, D_1 = 0, D_n = (n-1)(D_{n-1} + D_{n-2}),$$

co łatwo udowodnić, wyodrębniając te n-nieporządki, w których dla pewnego i, liczby 1 oraz i są w jednym dwuelementowym cyklu (jest ich $(n-1)D_{n-2}$) oraz wszystkie pozostałe (tych jest $(n-1)D_{n-1}$, sprawdź!). Mamy też wzór ogólny:

$$D_n = n! \sum_{i=0}^{n} \frac{(-1)^i}{i!}.$$

Czytelnik zechce zauważyć, że posługując się *algorytmem* opisanym w artykule, nie jesteśmy w stanie uzyskać dowolnego nieporządku, a jedynie niektóre z nich (które?). Czy da się zmodyfikować ten algorytm tak, aby pozwalał wygenerować dowolny nieporządek, przy czym każdy z takim samym prawdopodobieństwem, równym $1/D_n$? A jak wygląda ta kwestia w przypadku losowania prezentów dla większej liczby m obdarowanych? Może któryś z Czytelników zechce zmierzyć się z tymi pytaniami...



Następnik

Podczas poszukiwania pewnego słowa w słowniku angielsko-angielskim moje oko zatrzymało się na chwilę przy definicji słowa **seven**, która brzmiała następująco:

seven *n.* one more than six.

Sprawdziłem więc definicję słowa **six**:

six *n.* one more than five.

Łatwo się domyślić, co było dalej. Dopiero słowo **one** było wytłumaczone jako:

one *n.* **1** smallest whole number. **2** single thing or person.

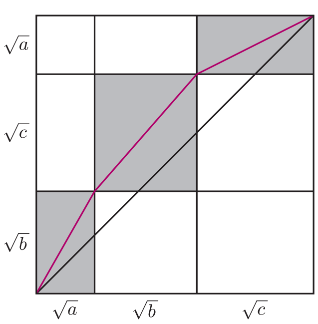
(o poprawności pierwszej z tych definicji można by pewnie dyskutować, ale pomińmy ten wątek). Okazało się, że wszystkie słowa od **two** do **nineteen** były wyjaśnione rekurencyjnie w ten sam sposób. Dopiero przy słowie **twenty** została użyta nowa operacja *twice* (**twenty** = twice ten).

Na myśl przychodzą dwie uwagi. Szkoda, że autorzy nie posłużyli się operatorem *twice* nieco wcześniej, dzięki czemu przy rozwijaniu rekurencyjnych definicji byłby potrzebny stos jedynie logarytmicznego, a nie liniowego rozmiaru.
Na szczęście większość użytkowników tego typu słownika dawno już poznała podstawowe liczebniki. To jednak pestka w porównaniu z optymistyczną informacją, że poza matematykami są jeszcze ludzie, którzy uważają za naturalne i wygodne zdefiniowanie siódemki jako następnika następnika następnika następnika następnika następnika jedynki.

M. A.

Longman podaje **seven**: 7.

Rozwiązanie zadania M 1201.
Rozpatrzmy kwadrat o boku $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ podzielony na dziewięć prostokątów.



Przekątna kwadratu ma długość $\sqrt{2a} + \sqrt{2b} + \sqrt{2c}$, a długości przekątnych zacieniowanych prostokątów wynoszą odpowiednio $\sqrt{a+b}$, $\sqrt{b+c}$, $\sqrt{c+a}$. Postulowana nierówność wynika więc bezpośrednio z nierówności trójkąta.