wykazać, że koszt zamortyzowany przypadający na jedną operację to tylko $O(\lg n)$: łączny koszt zmian bitu $B[0]$ wynosi n, bit $B[1]$ jest zmieniany (z kosztem 2) w co drugiej operacji, co łącznie kosztuje co najwyżej $2 \cdot n/2 = n$ itd. Suma tych kosztów to $O(n \lg n)$, więc koszt zamortyzowany jest zgodny z zapowiedzią.

Zamortyzowany słownik

Słownik to struktura danych, która umożliwia wyszukiwanie i wstawianie elementów. Wyszukiwanie binarne w posortowanej tablicy, zawierającej n elementów, jest szybkie – wymaga czasu $O(\lg n)$ – ale wstawianie jest kosztowne (pesymistycznie rzędu n). Oto bardzo prosta realizacja słownika, w której wyszukiwanie trwa co prawda nieco dłużej ($O(\lg^2 n)$), ale za to (zamortyzowany) koszt wstawiania jest znacznie niższy: $O(\lg n)$.

Nasz słownik to zbiór tablic `A0`, `A1`, `A2`, ..., w którym i-ta tablica ma rozmiar 2^i. Każda tablica jest albo pusta, albo całkowicie wypełniona. Wszystkie tablice są posortowane, ale nie zakładamy żadnych zależności między elementami z różnych tablic. Oto przykładowa zawartość słownika:

`A0:` `[3]`
`A1:` `[2, 5]`
`A2:` pusta
`A3:` `[1, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12]`

W celu wyszukania elementu wykonujemy wyszukiwanie binarne w każdej wypełnionej tablicy. W najgorszym razie wymaga to czasu $O(\lg^2 n)$ (bo liczba wypełnionych tablic to $O(\lg n)$).

Wstawianie wykonujemy następująco. Tworzymy nową tablicę rozmiaru 1, zawierającą wstawiany element, powiedzmy 6. Jeśli tablica `A0` była pusta, to umieszczamy nową tablicę w miejsce `A0`. Jeśli nie (tak jak w powyższym przykładzie), to *scalamy* nową tablicę z `A0`, uzyskując nową tablicę rozmiaru 1 (u nas: `[3, 6]`). Tablica `A0` zostaje przy tym opróżniona. Jeśli tablica `A1` była pusta, to umieszczamy nową tablicę w miejsce `A1`, a jeśli nie (tak jak u nas), to scalamy nową tablicę z `A1`, sprawdzamy, czy tablica `A2` jest pusta, itd. W naszym przykładzie w wyniku wstawienia elementu 6 otrzymamy słownik o następującej zawartości:

`A0:` pusta
`A1:` pusta
`A2:` `[2, 3, 5, 6]`
`A3:` `[1, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12]`

Ile kosztuje taka operacja? Przyjmijmy, że koszt utworzenia początkowej tablicy rozmiaru 1 wynosi 1, a scalenie dwóch posortowanych tablic rozmiaru r kosztuje $2r$. Nietrudno zauważyć, że koszt wstawienia i-tego elementu do słownika jest taki sam jak koszt i-tego zwiększenia „obciążonego” licznika binarnego, zatem zamortyzowany koszt wstawienia jest logarytmiczny względem rozmiaru słownika.

Wyniki XXIV Ogólnopolskiego Sejmiku Matematyków – Wisła, 31 V – 3 VI 2007

Konkurs polega na przedstawieniu opracowania jednego z tematów zaproponowanych przez Jury (wraz z bibliografią) lub tematu własnego oraz – w przypadku zakwalifikowania się do finału – krótkim, publicznym zreferowaniu tego opracowania.

W roku 2007/8 zaproponowane przez Jury tematy to: metody probabilistyczne w matematyce dyskretnej, wielomianowe algorytmy rozstrzygania pierwszości, dowody z wiedzą zerową, cechy podzielności liczb, mozaiki – między matematyką a sztuką, pewnik Archimedesa, po co kongruencje? czym najlepiej przybliżać? ile kul zmieści się w sześcianie? twierdzenia o punkcie stałym, nietypowe zbiory.

Sejmiki organizuje Pracownia Matematyki Pałacu Młodzieży w Katowicach we współpracy z Uniwersytetem Śląskim; www.pm.katowice.pl/pracownia/matematyka

Jury w składzie: prof. dr hab. Maciej Sablik – przewodniczący, dr Marian Podhorodyński – zastępca przewodniczącego, dr Lech Bartłomiejczyk, dr Tomasz Bielaczyc, mgr Włodzimierz Fechner, mgr Żywilla Fechner, dr Erwin Kasparek, prof. dr hab. Mieczysław Kula, dr Tomasz Kochanek, mgr Barbara Przebieracz, dr Anna Szczerba-Zubek, dr Marta Tyran-Kamińska przyznało

I miejsce **Mateuszowi Plucie** z V LO w Krakowie za pracę *Wykorzystanie inwersji względem okręgu w dowodzie twierdzenia o $n+2$ okręgach stycznych*;

II miejsce ex aequo
Tomaszowi Kobosowi z V LO w Krakowie za pracę *Zbiory kresowe dla wielomianów o współczynnikach całkowitych*;
Łukaszowi Musze z III LO w Chorzowie za pracę *Uśrednić*;

oraz wyróżnienia
Adrianowi Łańcuckiemu z I LO w Legnicy za pracę *Problem szczęśliwego zakończenia*;
Piotrowi Misce z Gimn. nr 5 w Sosnowcu za pracę *Liczby pierwsze w ciągu Fibonacciego i ciągu Lukasa*;
Jackowi Rzeniewiczowi z I LO w Gdańsku za pracę *Szyfrowanie i szyfrowywacz*.

W głosowaniu nauczyciele nagrodzili **Adriana Łańcuckiego**, a uczniowie **Marcina Oczeretko** z I LO w Legnicy za pracę *Sieci przepływowe*.