Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań:
29 II 2008

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 M
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
539 ($WT = 3{,}10$) i **540** ($WT = 1{,}60$)
z numeru 4/2007

Andrzej Daniluk	– Warszawa	44,30
Dariusz Kurpiel	– Posada Zarszyn	43,37
Krzysztof Kamiński	– Pabianice	42,75
Witold Bednarek	– Łódź	40,20
Grzegorz Karpowicz	– Wrocław	37,78
Paweł Najman	– Jaworzno	36,44
Paweł Kubit	– Kraków	36,36

Pan Daniluk – po raz drugi.

Termin nadsyłania rozwiązań:
29 II 2008

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
438 ($WT = 2{,}24$) i **439** ($WT = 2{,}89$)
z numeru 5/2007

Krzysztof Magiera	– Łosiów	48,52
Tomasz Wietecha	– Tarnów	39,07
Andrzej Idzik	– Bolesławiec	36,16
Jerzy Witkowski	– Radlin	31,82
Andrzej Nowogrodzki	– Chocianów	24,58
Jacek Konieczny	– Poznań	19,16
Radosław Poleski	– Kołobrzeg	18,96

Za sprawą p. Magiery liczba członków klubu fizycznego osiągnęła 30.

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie http://www.mimuw.edu.pl/delta/regulamin.html.

Zadania z matematyki nr 551, 552

Redaguje Marcin E. KUCZMA

551. W zespole folklorystycznym jest n chłopców i $2n-1$ dziewcząt. Zostały im przydzielone odpowiednio numery od 1 do n oraz od 1 do $2n-1$. W przygotowaniach do programu, w którym ma wystąpić r par, tancerz o numerze i trenował tylko z tancerkami o numerach od i do $2i-1$ ($i = 1, \ldots, n$). Ile jest możliwości zestawienia tych r par tak, by w każdej parze znalazły się osoby mające za sobą wspólny trening?

552. Niech $a_n \geqslant 1$ oraz $b_n = \sqrt{a_n + \sqrt{a_n}} - \sqrt{a_n - \sqrt{a_n}}$ dla $n = 1, 2, 3, \ldots$. Wykazać, że $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \infty$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 1$.

Zadanie 552 zaproponował pan Witold Bednarek z Łodzi.

Zadania z fizyki nr 448, 449

Redaguje Jerzy B. BROJAN

448. Przepływ ciepła od wewnętrznej do zewnętrznej szyby okiennej wynika głównie z konwekcji powietrza (lub innego gazu) w obszarze między szybami. Ktoś zaproponował, żeby podzielić ten obszar poziomymi przegrodami na mniejsze komórki, ograniczając w ten sposób konwekcję, czyli polepszając izolację cieplną. Ktoś inny uważa, że skutek będzie odwrotny, gdyż skróci się droga przejścia gazu od kontaktu z jedną szybą do kontaktu z drugą. Który z dyskutantów ma rację? Pominąć przepływ ciepła przez przegrody. Dopuszczalne jest oparcie odpowiedzi na przeprowadzonym doświadczeniu.

449. Dwa statki kosmiczne o jednakowej masie m zbliżają się do siebie z względną prędkością $2v_0$. Gdy ich odległość wynosiła l_0, jeden ze statków wysłał w stronę drugiego impuls laserowy o energii E_0, który odbił się od zwierciadła na drugim statku, następnie od zwierciadła na pierwszym itd., przy czym w każdym kolejnym odbiciu całość impulsu została odbita w opisany sposób. Ile będzie wynosiła minimalna odległość zbliżenia statków? Jeśli długość fali impulsu początkowego wynosiła λ_0, to ile będzie wynosiła w chwili minimalnego zbliżenia? Pominąć grawitacyjne oddziaływanie statków i przyjąć $v_0 \ll c$, $E_0 \ll mvc$.

Rozwiązanie zadania M 1189.
Przypuśćmy, że kół tych jest skończenie wiele oraz niech O_1 będzie środkiem koła o najmniejszym promieniu. Przyjmijmy, że koło to jest styczne kolejno do kół o środkach $O_2, O_3, \ldots, O_7$. Wówczas w trójkącie $O_1O_2O_3$ bok O_2O_3 jest najdłuższy, a więc kąt $O_2O_1O_3$ jest największy. Zatem $\sphericalangle O_2O_1O_3 \geqslant 60^\circ$. Analogicznie dowodzimy, że $\sphericalangle O_iO_1O_{i+1} \geqslant 60^\circ$ dla $i = 3, 4, \ldots, 7$, gdzie $O_8 = O_2$. Ale $\sum_{i=2}^{7} \sphericalangle O_iO_1O_{i+1} = 360^\circ$, skąd wynika, że $\sphericalangle O_iO_1O_{i+1} = 60^\circ$ dla każdego $i = 2, 3, \ldots, 7$. Kąt $O_iO_1O_{i+1}$ jest w trójkącie $O_iO_1O_{i+1}$ największy, więc każdy z trójkątów $O_iO_1O_{i+1}$ musi być równoboczny. W konsekwencji, każde z rozpatrywanych kół o środkach $O_2, O_3, \ldots, O_7$ ma taki sam promień jak koło o środku O_1.

Przeprowadzając analogiczne rozumowanie dla koła o środku O_2, dowodzimy, że koło to jest otoczone sześcioma kołami o takim samym promieniu. Kontynuując, dochodzimy do wniosku, że rozpatrywanych kół musi być nieskończenie wiele.