delta
MATEMATYKA – FIZYKA – ASTRONOMIA – INFORMATYKA
$h=6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s $\pi=3{,}141592\ldots$

Olimpiada

Zadania I stopnia Olimpiady Fizycznej, Astronomicznej i Matematycznej oraz Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów 2007/2008

LVII OLIMPIADA FIZYCZNA

ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

Rozwiązania zadań I stopnia należy przesyłać do **Okręgowych Komitetów Olimpiady Fizycznej** w terminach: część I – do 15 października br., część II – do 12 listopada br. O kwalifikacji do zawodów II stopnia będzie decydować suma punktów uzyskanych za rozwiązania zadań części I i II. Szczegóły dotyczące regulaminu oraz organizacji Olimpiady można znaleźć w broszurze i na afiszu rozesłanych do szkół średnich oraz na stronie internetowej `http://www.kgof.edu.pl`.

CZĘŚĆ I (termin wysyłania rozwiązań – 15 października 2007 r.)

Uwaga: Rozwiązania zadań należy zamieścić w kolejności zgodnej z ich numeracją. Wszystkie strony pracy powinny być ponumerowane. Na każdym arkuszu należy umieścić nazwisko i imię oraz adres autora pracy. Na pierwszym arkuszu pracy dodatkowo należy podać nazwę, adres szkoły i klasę oraz nazwisko i imię nauczyciela fizyki.

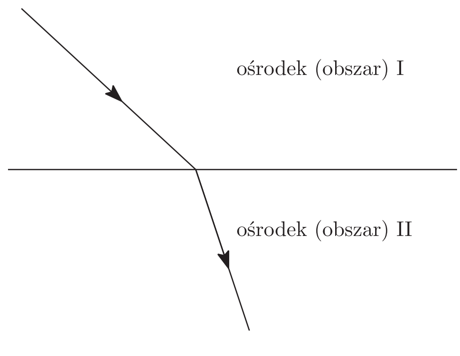
Podaj i krótko uzasadnij odpowiedź. Za każde z 15 zadań można otrzymać maksimum 4 punkty.

1. Oszacuj, o ile stopni podniosłaby się temperatura baterii w telefonie komórkowym (twoim lub znajomego) w przypadku zwarcia. Załóż, że przed zwarciem bateria była w pełni naładowana i że cała wydzielona energia jest zużywana na jej podgrzanie. Przyjmij, że średnie ciepło właściwe na jednostkę objętości baterii jest równe ciepłu właściwemu wody na jednostkę objętości. Podaj parametry baterii (pojemność, napięcie i objętość), dla której przeprowadziłeś obliczenia.

2. Rozważmy (patrz rys. 1)
a) promień światła przechodzący przez płaską granicę dwóch ośrodków optycznych o stałych współczynnikach załamania,
b) cząstkę przelatującą z jednego obszaru do drugiego.
Na (wąskiej) granicy rozważanych obszarów na cząstkę działa (duża) siła prostopadła do tej granicy.

Tor odpowiadający obu tym przypadkom jest przedstawiony na rysunku.

Określ:
1) w którym z tych dwóch ośrodków prędkość światła (wartość) jest większa;
2) w którym z tych dwóch obszarów prędkość cząstki (wartość) jest większa.

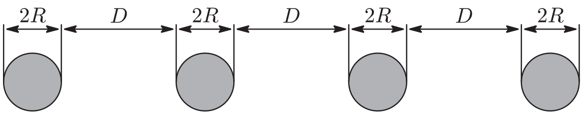


Rys. 1

3. Mała kulka o masie m, naładowana ładunkiem q, znajduje się w próżni, w odległości d od przewodzącej płaszczyzny. Jaką najmniejszą prędkość należy nadać kulce, aby oddaliła się ona na nieskończoną odległość od płaszczyzny?

Przyjmij, że w każdej chwili siła działająca na poruszającą się kulkę jest taka sama, jak siła działająca na kulkę spoczywającą (tzn. że rozkład ładunków w przewodniku natychmiast dopasowuje się do pola elektrycznego pochodzącego od kulki).

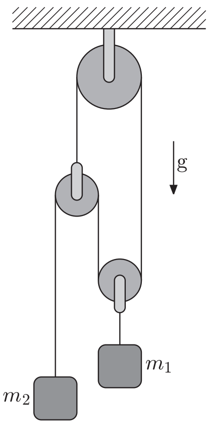
4. Jednakowe krążki hokejowe o promieniu R ustawiono na lodzie w linii prostej, w odległości D jeden od drugiego (rys. 2). Uderzono pierwszy krążek tak, aby uderzył centralnie w drugi, drugi w trzeci itd. Pierwsze uderzenie nie było jednak doskonałe i krążek uzyskał prędkość odchyloną pod bardzo niewielkim kątem w bok. Jaki warunek musi być spełniony, aby wystąpiło „samoogniskowanie”, tzn. aby kąt odchylenia każdego następnego krążka był mniejszy niż poprzedniego? Pomiń tarcie między powierzchniami krążków oraz między krążkami a lodem.



Rys. 2

5. Rozważmy układ bloczków i mas przedstawiony na rysunku 3. Z jakim przyspieszeniem porusza się masa m_1?

Liny są nieważkie, wiotkie i nierozciągliwe. Bloczki są nieważkie. Fragmenty lin nieznajdujące się na bloczkach pozostają stale proste. Pomiń tarcie i opór powietrza.



Rys. 3

6. Rozważmy komunikację między statkami kosmicznymi wykorzystującą cząstki wysyłane z dużą prędkością. Statek A wysyła cząstkę do statku B, a statek B natychmiast, gdy ta cząstka do niego dotrze, odsyła ją do statku A. Jaki czas zostanie zmierzony na zegarze na statku A pomiędzy wysłaniem cząstki a jej powrotem?

Statek B oddala się od statku A z prędkością v, a rozpatrywana cząstka porusza się z prędkością V względem statku, z którego ostatnio została wysłana. W chwili, gdy cząstka dotarła do statku B, znajdował się on, w układzie statku A, w odległości $d = 21$ sekund świetlnych od statku A.

Rozważ dwa przypadki:

a) $v = 0{,}8\,\mathrm{c}$, $V = 0{,}9\,\mathrm{c}$;

b) $v = 0{,}8\,\mathrm{c}$, $V = 5\,\mathrm{c}$. (Ten przypadek odpowiada hipotetycznym cząstkom, zwanym tachionami. Przyjmij, że w przypadku tachionów obowiązuje zwykłe, relatywistyczne prawo składania prędkości.)

7. Rozważmy tor Księżyca w układzie inercjalnym związanym ze Słońcem. W jakiej odległości od Słońca powinna krążyć Ziemia, aby ten tor był wypukły w stronę Słońca (patrz rysunek 4) w punktach najmniejszej odległości Księżyca od Słońca?

Przyjmij, że „przesuwając” Ziemię nie zmieniamy odległości Księżyc – Ziemia oraz że Księżyc i Ziemia poruszają się (w układzie Słońca) w jednej płaszczyźnie. Potrzebne dane znajdź w tablicach.

Rys. 4. Wypukły w stronę Słońca fragment toru Księżyca (proporcje nie są zachowane).

8. Oszacuj odchylenie toru elektronu w kineskopie spowodowane występowaniem ziemskiego pola magnetycznego. Przyjmij, że elektrony są przyspieszane na krótkim odcinku za pomocą napięcia $U = 30000\,\mathrm{V}$, a następnie przelatują do ekranu odległość $l = 0{,}25\,\mathrm{m}$. Pozostałe potrzebne dane znajdź w dostępnych ci źródłach.

9. Minimalna droga hamowania samochodu od prędkości $v = 100\,\mathrm{km/h}$ do 0 na suchej nawierzchni wynosi 40 m. Kasia twierdzi, że w takim razie minimalna droga hamowania tego samochodu (również od prędkości $v = 100\,\mathrm{km/h}$ do 0), na częściowo oblodzonej drodze, gdy koła z prawej strony samochodu poruszają się po lodzie, a koła z lewej strony po suchej nawierzchni, wynosi 80 m. Czy Kasia ma rację?

Przyjmij, że ciężar samochodu wraz z kierowcą jest równomiernie rozłożony na wszystkie cztery koła, a środek masy układu znajduje się tuż nad powierzchnią jezdni. Pomiń opór powietrza. Hamowanie powinno być takie, by w jego trakcie samochód jechał prosto, bez obrotu wokół osi pionowej. Przyjmij, że współczynnik tarcia opon o lód jest równy 0.

10. Długi solenoid pływa częściowo zanurzony w diamagnetyku. Oś solenoidu jest równoległa do powierzchni cieczy. Jak zmieni się zanurzenie solenoidu (wzrośnie, zmaleje czy nie zmieni się), gdy podłączymy go do źródła prądu?

Diamagnetyk jest nieprzewodzący, a drut, z którego zrobiono solenoid, jest pokryty warstwą izolacji.

11. Przybliżona reguła w fotografii mówi, że aby otrzymać ostry obraz, robiąc zdjęcie nieruchomemu przedmiotowi, czas otwarcia przysłony powinien być mniejszy niż $1/f$ (licząc w sekundach), gdzie f jest ogniskową obiektywu (w milimetrach). Uzasadnij zależność od f występującą w tej regule.

Uwaga: ta reguła dotyczy zdjęć robionych bez statywu (lub innej podpórki) aparatami niemającymi optycznej stabilizacji obrazu. Przyjmij, że różne f odpowiadają temu samemu aparatowi (z „zoomem”).
W przypadku cyfrowych aparatów fotograficznych f występujące w tej regule nie jest rzeczywistą ogniskową obiektywu, lecz ogniskową „w przeliczeniu” na zwykły aparat małoobrazkowy.

12. Kiedy w powietrzu jest więcej pary wodnej: w wilgotny listopadowy wieczór, gdy wilgotność względna wynosi ok. 100%, a temperatura powietrza jest równa 15°C, czy w upalny lipcowy dzień, gdy wilgotność względna wynosi 40%, a temperatura powietrza jest równa 35°C ?

Definicję wilgotności względnej i niezbędne dane znajdź w dostępnych ci źródłach. Parę wodną możesz potraktować jako gaz doskonały.

13. Oszacuj moc elektrowni wiatrowej (wiatraka) z łopatami o długości 10 m przy wietrze wiejącym z prędkością 5 m/s (3,4–5,4 m/s to 3 stopnie w skali Beauforta – łagodny wiatr). Przyjmij, że elektrownia zamienia na energię elektryczną połowę energii kinetycznej wiatru przelatującego w zasięgu jej łopat.

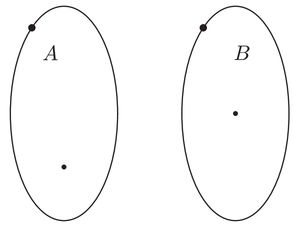
14. Jaki kształt i jakie rozmiary zewnętrzne powinien mieć stalowy zbiornik, aby zużyć jak najmniej stali, a jego wytrzymałość na rozerwanie była wystarczająca do przechowywania $n = 100$ moli gazowego helu o temperaturze $T = 10$ K?

Przyjmij, że zbiornik zostanie umieszczony w próżni. Przyjmij również, że grubość ścianki zbiornika jest dużo mniejsza od jego rozmiarów liniowych, a maksymalne dopuszczalne naprężenie stali wynosi $\sigma = 10^9\ \mathrm{N/m^2}$.

15. Rysunki 5.A i 5.B przedstawiają tory punktów materialnych, na które działają siły postaci

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\frac{\vec{r}}{r}F(r).$$

W obu przypadkach jest to elipsa, przy czym w przypadku A punkt $\vec{r} = \vec{0}$ znajduje się w ognisku elipsy, a w przypadku B – w geometrycznym środku elipsy. Jaką postać ma funkcja $F(r)$ w każdym z tych przypadków?



Rys. 5

CZĘŚĆ II (termin wysyłania rozwiązań – 12 listopada 2007 r.)

Uwaga: Rozwiązanie każdego zadania powinno być napisane na oddzielnym arkuszu papieru podaniowego. Na każdym arkuszu należy umieścić nazwisko i imię oraz adres autora pracy, a także nazwę, adres szkoły i klasę oraz nazwisko i imię nauczyciela fizyki. Do pracy należy dołączyć kopertę zaadresowaną do siebie.

ZADANIA TEORETYCZNE

Za każde z trzech zadań można otrzymać maksimum 20 punktów.

T1. W pionowym jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B zawieszono na nieważkiej, nierozciągliwej nici o długości l punktową masę m naładowaną ładunkiem q. Następnie masę wprawiono w ruch po okręgu w płaszczyźnie poziomej, odległej o h od punktu zawieszenia nici. Niech f_1 oznacza częstotliwość obrotów, gdy ruch odbywa się zgodnie ze wskazówkami zegara (patrząc od góry), a f_2 – częstotliwość obrotów, gdy odbywa się w przeciwnym kierunku, lecz po tym samym torze.

Wyznacz

$$f_{śr} = (f_1 + f_2)/2 \quad \text{oraz} \quad \Delta f = f_1 - f_2,$$

jeśli $B = 0{,}06$ T, przyspieszenie ziemskie $\mathrm{g} = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, $m = 1$ g, $q = 10^{-8}$ C, $h = 1$ m, $l = 1{,}2$ m.

T2. Statek kosmiczny porusza się z wyłączonymi silnikami po eliptycznej orbicie wokół Ziemi. Najmniejsza odległość statku od środka Ziemi wynosi r_1, a największa r_2. Kapitan statku chce uwolnić się z pola grawitacyjnego Ziemi (oddalić się od niej na nieskończoną odległość), włączając na krótko silniki. W którym punkcie toru powinien to zrobić i w którą stronę powinny być skierowane dysze silników, aby zużył przy tym jak najmniejszą ilość paliwa?

Podaj, ile powinien wynosić w szukanym optymalnym przypadku przyrost prędkości statku spowodowany włączeniem silników. Podaj wynik liczbowy, gdy $r_1 = 7000$ km, $r_2 = 20000$ km.

Dodatkowe dane potrzebne do rozwiązania zadania wyszukaj w tablicach.

Pomiń wpływ Słońca, Księżyca i innych ciał niebieskich na ruch statku.

Uwaga: W rozpatrywanym przypadku suma energii potencjalnej i kinetycznej statku w ruchu po elipsie jest taka sama jak w ruchu po okręgu o promieniu $(r_1 + r_2)/2$.

T3. Jednożyłowy, długi, prostoliniowy przewód elektryczny składa się z miedzianego rdzenia o promieniu r otoczonego warstwą izolatora z polichlorku winylu o grubości d.

Wiedząc, że temperatura zewnętrznej warstwy izolatora jest równa t_z, wyznacz temperaturę t_w zewnętrznej warstwy miedzianego rdzenia, gdy w przewodzie płynie prąd o natężeniu I.

Podaj wynik liczbowy, gdy $r = 1$ mm, $d = 2$ mm, $t_z = 20°$C, $I = 30$ A.

Niezbędne dane (opór właściwy miedzi, przewodnictwo cieplne izolatora) znajdź w tablicach.

Pomiń zależność oporu elektrycznego od temperatury.

Wskazówka: Jest duża, choć formalna, analogia między stacjonarnym przepływem ciepła a elektrostatyką.
Strumień energii cieplnej J_S przepływający przez daną powierzchnię S odpowiada strumieniowi indukcji elektrycznej, a źródła ciepła – ładunkom elektrycznym. Gdy mamy dwie bliskie, równoległe powierzchnie, odległe o d, przy czym na jednej temperatura wynosi T, a na drugiej $T + \Delta T$, to strumień energii cieplnej, płynący prostopadle do tych powierzchni, jest równy $J_S = S\sigma\,\Delta T/d$, gdzie σ jest współczynnikiem przewodnictwa cieplnego materiału pomiędzy tymi powierzchniami. Jest to analogiczny związek, jak związek między strumieniem indukcji elektrycznej a potencjałem pola elektrycznego V: T odpowiada $-V$, a σ – przenikalności elektrycznej ϵ.
W próżni natężenie pola elektrycznego w odległości r od cienkiego, prostoliniowego przewodu, naładowanego ładunkiem λ na jednostkę długości, jest równe $E = 2k\lambda/r$, a jego potencjał $V = 2k\lambda\ln(r/r_0)$, gdzie: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$, ε_0 – przenikalność elektryczna próżni, r_0 – stała dowolna, ln – logarytm naturalny.

ZADANIA DOŚWIADCZALNE

Przesłać należy rozwiązania dwóch (i tylko dwóch) zadań dowolnie wybranych z trzech podanych zadań doświadczalnych. Za każde zadanie można otrzymać maksimum 40 punktów.

D1. Chemiluminescencja – świecenie kapsułki wędkarskiej

Masz do dyspozycji:

- kapsułkę świecącą, wykorzystującą zjawisko chemiluminescencji, używaną przez wędkarzy do oświetlania spławików,
- diodę świecącą,
- baterię 1,5 lub 4,5 V,
- folię aluminiową,
- taśmę izolacyjną,
- cyfrowy miernik uniwersalny z woltomierzem napięcia stałego,
- stoper,
- przewody, zaciski itp. elementy umożliwiające zestawienie obwodu elektrycznego.

1. Wyznacz przebieg funkcji $\frac{I(t)}{I(0)}$, gdzie $I(t)$ oznacza natężenie światła emitowanego przez kapsułkę po czasie t od rozpoczęcia eksperymentu. Odpowiednie pomiary wykonaj w czasie pierwszych 100 minut od momentu, w którym kapsułka zacznie emitować światło. Sporządź wykres uzyskanej zależności czasowej.

2. Sprawdź, czy uzyskaną zależność czasową można opisać wzorem:

$$\frac{I(t)}{I(0)} = e^{-t/\tau} ,$$

gdzie τ – stała zaniku.

Uwaga:

1. Jeśli do diody świecącej przyłożyć napięcie w kierunku zaporowym, to natężenie płynącego przez diodę prądu będzie proporcjonalne do natężenia padającego na nią światła.

2. Do doświadczenia wybierz diodę, która jest najbardziej czuła na światło emitowane przez kapsułkę.

3. Kapsułki chemiluminescencyjne można kupić w sklepach z artykułami wędkarskimi (fotografia typowych kapsułek umieszczona jest na stronach internetowych Olimpiady Fizycznej).

4. Standardowe woltomierze cyfrowe mają stały, niezależny od zakresu opór wewnętrzny rzędu 1MΩ.

5. Zwróć uwagę, aby nie potrząsać kapsułką po rozpoczęciu pomiarów zależności czasowej natężenia emitowanego przez nią światła.

D2. Współczynnik załamania roztworu soli

Masz do dyspozycji:

- wskaźnik laserowy,
- wodę (może być z kranu),
- sól kuchenną,
- lusterko,
- statyw z uchwytem,
- plastelinę,
- miskę,
- linijkę, taśmę mierniczą,
- ekran (może to być ściana),
- menzurkę lub inne naczynie umożliwiające odmierzenie żądanej objętości cieczy.

1. Wyznacz zależność współczynnika załamania n roztworu soli kuchennej w wodzie od stężenia molowego c_m tego roztworu.

2. Znajdź najprostszą formułę matematyczną wiążącą uzyskaną doświadczalnie zależność współczynnika załamania n roztworu wodnego soli z jego stężeniem molowym c_m.

Przyjmij, że stężenie roztworu nasyconego NaCl w wodzie w temperaturze pokojowej wynosi $c_m = 5{,}4\,\mathrm{mol/l}$.

Uwaga: Możesz wykorzystać dodatkowo gumową lub plastikową rurkę umożliwiającą przelewanie cieczy z naczynia do naczynia.

D3. Spadający balonik

Masz do dyspozycji:

- balonik,
- urządzenie umożliwiające nagranie filmu o znanej liczbie klatek na sekundę (np. aparat cyfrowy, kamerę internetową itp.),
- komputer z oprogramowaniem umożliwiającym oglądanie pojedynczych klatek nagranego filmu,
- linijkę, taśmę mierniczą.

1. Zbadaj ruch balonika spadającego z prędkością początkową równą zeru. Wyznacz przyspieszenie balonika w początkowej fazie jego ruchu. Pomiary wykonaj dla kilku różnych stopni nadmuchania balonika (możesz też użyć kilku baloników o zbliżonych parametrach).

2. Porównaj uzyskane wartości przyspieszenia balonika z przyspieszeniem ziemskim. Wymień czynniki, które wpływają na wartość tego przyspieszenia i przedyskutuj ich znaczenie.

Do doświadczenia użyj balonika o kształcie możliwie zbliżonym do kulistego. Przed nadmuchaniem balonika wyznacz jego masę przy użyciu wagi laboratoryjnej. Masę balonika (baloników) oraz jego (ich) wymiary po nadmuchaniu podaj w rozwiązaniu zadania. Potrzebne do dyskusji dane znajdź w tablicach.

LI OLIMPIADA ASTRONOMICZNA 2007/2008

ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

PIERWSZA SERIA

1. W lutym 1987 roku w Wielkim Obłoku Magellana zaobserwowano wybuch supernowej SN 1987A, której jasność obserwowana w maksimum wynosiła $m_v = +3$ magnitudo.

Oblicz moc promieniowania tej supernowej w chwili, gdy osiągnęła największą jasność i porównaj z mocą promieniowania Słońca. Niezbędne dane potrzebne do rozwiązania zadania wyszukaj samodzielnie.

2. Do szkolnej pracowni wyposażonej w kamerę CCD, o wymiarach 9×13 mm i rozmiarach pojedynczego piksela $7{,}4 \times 7{,}4\,\mu$m, potrzebny jest nowy teleskop. Zaproponuj wersję teleskopu, która w pełni wykorzystałaby zdolności rozdzielcze kamery. Teleskop powinien objąć taki obszar nieba, aby na obrazie uzyskanym z kamery zmieściła się cała galaktyka M101.

3. Po ustaniu obecnych procesów termojądrowych Słońce zwiększy swój promień do $1{,}2 \cdot 10^8$ km, przechodząc w stadium czerwonego olbrzyma. Jego temperatura efektywna spadnie do około 3000 K. Która z planet naszego Układu znajdzie się wtedy najbliżej strefy odpowiadającej obecnym warunkom energetycznym w odległości Ziemia–Słońce? Jaka będzie średnica kątowa Słońca oglądanego z tej planety?

4. Jak w ostatnim dwudziestoleciu zmieniały się poglądy na wiek Wszechświata? Z jaką dokładnością go szacowano?

W opracowaniu podaj źródła swoich informacji. Rozwiązanie nie powinno być objętościowo większe niż dwie strony, po 1800 znaków na stronie.

ZADANIA OBSERWACYJNE

Rozwiązanie zadania obserwacyjnego powinno zawierać: dane dotyczące przyrządów użytych do obserwacji i pomiarów, opis metody i programu obserwacji, standardowe dane dotyczące przeprowadzonej obserwacji (m.in. datę, czas, współrzędne geograficzne, warunki atmosferyczne), wyniki obserwacji i ich opracowanie oraz ocenę dokładności uzyskanych rezultatów. W przypadku zastosowania metody fotograficznej należy dołączyć negatyw lub odpowiedni wydruk komputerowy.

1. Wykonaj fotografie sfery niebieskiej w sposób umożliwiający wyznaczenie z nich szerokości geograficznej miejsca obserwacji. Wyznacz tę szerokość i oceń dokładność uzyskanego wyniku.

2. Na podstawie wizualnych lub fotograficznych obserwacji roju Perseidów lub Orionidów oszacuj błąd wyznaczenia jego radiantu.

3. Jako rozwiązanie zadania obserwacyjnego można również nadesłać opracowane wyniki innych własnych obserwacji prowadzonych w ostatnim roku.

Rozwiązanie jednego zadania obserwacyjnego należy nadesłać wraz z rozwiązaniami drugiej serii zadań zawodów I stopnia – do dnia 12 listopada 2007 r.

INFORMACJE REGULAMINOWE

1. Olimpiada Astronomiczna jest organizowana dla uczniów szkół ponadgimnazjalnych.

2. Zawody olimpiady są trójstopniowe. W zawodach I stopnia (szkolnych) każdy uczestnik rozwiązuje dwie serie zadań, w tym zadanie obserwacyjne. Rozwiązywanie zadań zawodów II stopnia i III stopnia odbywa się w warunkach kontrolowanej samodzielności.

3. W pierwszej serii zadań zawodów I stopnia należy nadesłać, **do 8 października 2007 r**, rozwiązania 3 zadań dowolnie wybranych przez uczestnika spośród zestawu zawierającego 4 zadania.

4. Uczniowie, którzy przyślą rozwiązania zadań pierwszej serii, otrzymają do końca października bieżącego roku tematy drugiej serii zadań. Zadania obydwu serii będą również umieszczane na stronie internetowej olimpiady: `http://planetarium.chorzow.net.pl`

5. Rozwiązanie zadania obserwacyjnego należy przesłać wraz z rozwiązaniami zadań drugiej serii zawodów I stopnia, do **12 listopada 2007 r**. Decyduje data stempla pocztowego. Nadesłanie rozwiązania zadania obserwacyjnego jest warunkiem koniecznym dalszego udziału w olimpiadzie.

6. W przypadku nadesłania rozwiązań większej liczby zadań z danego zestawu do klasyfikacji zaliczane będą rozwiązania ocenione najwyżej (po trzy zadania z każdej serii i jedno zadanie obserwacyjne).

7. Rozwiązania zadań zawodów I stopnia należy przesłać za pośrednictwem szkoły pod adresem:

`KOMITET GŁÓWNY OLIMPIADY ASTRONOMICZNEJ`

`Planetarium Śląskie`
`41-500 Chorzów, skr. poczt. 10`

w terminach podanych w p. 3 i 5. Decyduje data stempla pocztowego.

8. Rozwiązania zadań powinny być krótkie i zwięzłe, ale z wystarczającym uzasadnieniem. W przypadku polecenia samodzielnego wyszukania danych należy podać ich źródło. Jako dane traktuje się również podręcznikowe stałe astronomiczne i fizyczne.

9. Rozwiązanie każdego zadania należy napisać na oddzielnym arkuszu papieru formatu A-4. Każdy arkusz oraz wszelkie załączniki (mapki, wykresy, tabele itp.) należy podpisać imieniem i nazwiskiem. W nagłówku zadania o najniższej numeracji należy umieścić dodatkowo: pełną nazwę szkoły, jej adres, klasę i jej profil oraz adres prywatny (z kodami pocztowymi).

Dodatkowo do rozwiązań pierwszej serii zadań należy dołączyć na osobnej kartce następujące informacje: imię i nazwisko, rok urodzenia, nazwa szkoły wraz z jej imieniem, adres szkoły (z kodem pocztowym i nazwą województwa), klasa, profil klasy, adres prywatny (z kodem pocztowym), nazwisko nauczyciela fizyki z astronomią i ewentualnie opiekuna przygotowującego do olimpiady.

10. Zawody II stopnia odbędą się 14 stycznia 2008 r. Zawody III stopnia odbędą się w dniach od 6 do 9 marca 2008 r.

11. Powiadomienia o zakwalifikowaniu do zawodów kolejnych stopni otrzymają jedynie uczniowie awansujący.

12. O uprawnieniach w przyjmowaniu na wyższe uczelnie laureatów i finalistów olimpiady decydują senaty uczelni. Informacje na ten temat są umieszczane na ich stronach internetowych.

ZALECANA LITERATURA

- obowiązujące w szkołach podręczniki do przedmiotów ścisłych;
- H. Chrupała, M.T. Szczepański, *25 lat olimpiad astronomicznych*;
- *Zadania olimpiad astronomicznych XXVI–XXXV* (w dwóch częściach);
- H. Chrupała, J. Kreiner, M. Szczepański, *Zadania z astronomii z rozwiązaniami*;
- J.M. Kreiner, *Astronomia z astrofizyką*;
- D. H. Levy, *NIEBO – Poradnik użytkownika*;
- E. Rybka, *Astronomia ogólna*;
- *Słownik szkolny – Astronomia* – praca zbiorowa;
- *Encyklopedia szkolna – fizyka z astronomią* – praca zbiorowa;
- atlas nieba;
- obrotowa mapa nieba;
- czasopisma: *Delta*, *Fizyka w Szkole*, *Świat Nauki*, *Urania – Postępy Astronomii*, *Wiedza i Życie*.

III OLIMPIADA MATEMATYCZNA GIMNAZJALISTÓW

Zawody stopnia pierwszego Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów polegają na samodzielnym rozwiązaniu przez uczniów siedmiu zadań. Zadania te uczniowie rozwiązują w domu. Mogą korzystać z różnych książek, konsultować się z nauczycielem, ale muszą je rozwiązywać samodzielnie. Rozwiązane zadania, każde na osobnym arkuszu, pisane jednostronnie, oddają nauczycielowi matematyki. Nauczyciel ocenia prace i przesyła je do koordynatora okręgowego właściwego terytorialnie dla szkoły. W tym roku rozwiązania powinny być wysłane najpóźniej dnia **29 października 2007 r.** (decyduje data stempla pocztowego).

Zachęcamy Gimnazjalistów do wzięcia udziału w zawodach!

Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań. Uczeń, który rozwiąże część zadań, także może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Adresy koordynatorów, informacje o kwalifikacji do zawodów stopnia drugiego, miejscu i terminie zawodów, jak również inne bieżące informacje można znaleźć w internecie pod adresem: `www.om.edu.pl/omg`.

ZAWODY STOPNIA PIERWSZEGO

10 września 2007 r. – 29 października 2007 r.

1. Rozwiąż równanie: $\left|\left|\left||x-1|-2\right|-3\right|-4\right|=0\,.$

2. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$ o polu 1. Punkt K jest symetryczny do punktu B względem punktu A, punkt L jest symetryczny do punktu C względem punktu B, punkt M jest symetryczny do punktu D względem punktu C, punkt N jest symetryczny do punktu A względem punktu D. Oblicz pole czworokąta $KLMN$.

3. Liczby a, b, c są dodatnie. Wykaż, że

$$\frac{a}{a+1}+\frac{b}{(a+1)(b+1)}+\frac{c}{(a+1)(b+1)(c+1)}<1\,.$$

4. Dana jest liczba ośmiocyfrowa a, której cyfra jedności jest różna od 0. Liczba ośmiocyfrowa b powstaje z liczby a poprzez przestawienie cyfry jedności liczby a na początek. Wykaż, że jeśli liczba a jest podzielna przez 101, to liczba b jest także podzielna przez 101.

5. Okrąg o promieniu 1 jest wpisany w czworokąt wypukły $ABCD$. Okrąg ten jest styczny do boków AB, BC, CD, DA odpowiednio w punktach K, L, M, N. Wiadomo, że $\sphericalangle KLM = 4\sphericalangle AKN$ oraz $\sphericalangle KNM = 4\sphericalangle BKL$. Oblicz długość odcinka LN.

6. Ile jest liczb 15-cyfrowych k o następującej własności: *Każde trzy kolejne cyfry liczby k są różne oraz w każdej trójce kolejnych cyfr liczby k występuje* 0? Odpowiedź uzasadnij.

7. Czy istnieje taki ostrosłup czworokątny oraz taka płaszczyzna przecinająca wszystkie jego krawędzie boczne, że pole uzyskanego przekroju jest większe od pola podstawy ostrosłupa? Odpowiedź uzasadnij.

LIX OLIMPIADA MATEMATYCZNA

ZADANIA KONKURSOWE ZAWODÓW I STOPNIA

I SERIA

1. Rozwiązać w liczbach rzeczywistych x, y, z układ równań

$$\begin{cases} x^5 = 5y^3 - 4z \\ y^5 = 5z^3 - 4x \\ z^5 = 5x^3 - 4y \end{cases}$$

2. Dany jest kąt wypukły o wierzchołku P i punkt A leżący wewnątrz tego kąta. Punkty X i Y leżą na różnych ramionach tego kąta, przy czym $PX = PY$ oraz wartość sumy $AX + AY$ jest najmniejsza. Wykazać, że

$$\sphericalangle XAP = \sphericalangle YAP.$$

3. Ciąg liczb całkowitych a_1, a_2, a_3, ... jest określony przez warunki: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_n = 3a_{n-1} + 5a_{n-2}$ dla $n = 3, 4, 5, \ldots$. Rozstrzygnąć, czy istnieje taka liczba całkowita $k \geqslant 2$, że liczba a_k jest dzielnikiem iloczynu $a_{k+1}a_{k+2}$.

4. Dana jest liczba całkowita $n \geqslant 1$. Każdemu niepustemu podzbiorowi A zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$ przyporządkowujemy liczbę $w(A)$ w następujący sposób: Jeżeli $a_1 > a_2 > \ldots > a_k$ są wszystkimi elementami zbioru A, to

$$w(A) = a_1 - a_2 + a_3 - \ldots + (-1)^{k+1}a_k.$$

Obliczyć sumę wszystkich $2^n - 1$ otrzymanych liczb $w(A)$.

II SERIA

5. Znaleźć wszystkie takie trójki liczb pierwszych (p, q, r), że liczby

$$pq + qr + rp \qquad \text{oraz} \qquad p^3 + q^3 + r^3 - 2pqr$$

są podzielne przez $p + q + r$.

6. Wyznaczyć wszystkie takie wielomiany $W(x)$ o współczynnikach rzeczywistych, że dla każdej liczby rzeczywistej x spełniona jest równość

$$W(x^2) \cdot W(x^3) = (W(x))^5.$$

7. W n-osobowym stowarzyszeniu działa $2^n - 1$ komisji (każdy niepusty zbiór członków stowarzyszenia tworzy komisję). W każdej komisji należy wybrać przewodniczącego. Wymagany jest przy tym warunek: Jeżeli komisja C jest sumą $C = A \cup B$ dwóch komisji A i B, to przewodniczący komisji C jest też przewodniczącym co najmniej jednej z komisji A, B.

Wyznaczyć liczbę możliwych wyborów przewodniczących.

8. Dany jest ostrosłup czworokątny $ABCDS$ o podstawie czworokąta wypukłego $ABCD$. Sfera wpisana w ten ostrosłup jest styczna do ściany $ABCD$ w punkcie P. Dowieść, że

$$\sphericalangle APB + \sphericalangle CPD = 180^\circ.$$

III SERIA

9. Wyznaczyć najmniejszą liczbę rzeczywistą a o następującej własności:

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, $z \geqslant a$, spełniających warunek $x + y + z = 3$, prawdziwa jest nierówność

$$x^3 + y^3 + z^3 \geqslant 3.$$

10. Dana jest liczba pierwsza p. Ciąg liczb całkowitych dodatnich a_1, a_2, a_3, ... spełnia warunek

$$a_{n+1} = a_n + p\left[\sqrt[p]{a_n}\,\right] \qquad \text{dla } n = 1, 2, 3, \ldots.$$

Wykazać, że pewien wyraz tego ciągu jest p-tą potęgą liczby całkowitej. (*Uwaga:* Symbol $[x]$ oznacza największą liczbę całkowitą nieprzekraczającą x.)

11. Punkty P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7 leżą odpowiednio na bokach BC, CA, AB, BC, CA, AB, BC trójkąta ABC, przy czym spełnione są równości

$$\sphericalangle P_1P_2C = \sphericalangle AP_2P_3 = \sphericalangle P_3P_4B = \sphericalangle CP_4P_5 =$$
$$= \sphericalangle P_5P_6A = \sphericalangle BP_6P_7 = 60^\circ.$$

Dowieść, że $P_1 = P_7$.

12. Dana jest liczba całkowita $m \geqslant 2$. Wyznaczyć najmniejszą taką liczbę całkowitą $n \geqslant m$, że dla każdego rozbicia zbioru $\{m, m+1, \ldots, n\}$ na dwa podzbiory przynajmniej jeden z tych podzbiorów zawiera takie liczby a, b, c (niekoniecznie różne), że $ab = c$.

Rozwiązania powyższych zadań (każde na osobnym arkuszu, pisane jednostronnie) należy wysłać listem poleconym pod adresem komitetu okręgowego Olimpiady właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia **8 października 2007 r. – I seria**, **12 listopada 2007 r. – II seria**, **10 grudnia 2007 r. – III seria** *(decyduje data stempla pocztowego). Rozwiązania przesłane w terminie późniejszym nie będą rozpatrywane.*

Zadania z poprzednich Olimpiad Matematycznych oraz bieżące informacje można znaleźć w internecie pod adresem: `www.om.edu.pl`

ADRESY KOMITETÓW OKRĘGOWYCH OLIMPIADY MATEMATYCZNEJ

Dla województwa pomorskiego:
KOOM – Instytut Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego, ul. Wita Stwosza 57, 80-952 Gdańsk.

Dla województwa śląskiego:
KOOM – Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego, ul. Bankowa 14, 40-007 Katowice.

Dla województwa małopolskiego:
KOOM – Instytut Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, ul. Reymonta 4, 30-059 Kraków.

Dla województwa lubelskiego i podkarpackiego:
KOOM – Oddział Lubelski Polskiego Towarzystwa Matematycznego, pl. Marii Skłodowskiej-Curie 1 (Wieżowiec Fizyki), 20-031 Lublin.

Dla województwa łódzkiego i świętokrzyskiego:
KOOM – Wydział Matematyki Uniwersytetu Łódzkiego, ul. Banacha 22, 90-238 Łódź.

Dla województwa wielkopolskiego:
KOOM – Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza, ul. Umultowska 87, 61-614 Poznań.

Dla województwa lubuskiego i zachodniopomorskiego:
KOOM – Uniwersytet Szczeciński, Instytut Matematyki, ul. Wielkopolska 15, 70-451 Szczecin.

Dla województwa kujawsko-pomorskiego i warmińsko-mazurskiego:
KOOM – Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń.

Dla województwa mazowieckiego i podlaskiego:
KOOM – Instytut Matematyczny PAN, ul. Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa.

Dla województwa dolnośląskiego i opolskiego:
KOOM – Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław.

ADRESY KOMITETÓW OKRĘGOWYCH OLIMPIADY FIZYCZNEJ

KOOF w Białymstoku, ul. Lipowa 41, 15-224 Białystok (woj. podlaskie, powiaty: kętrzyński, mrągowski, piski, giżycki, olecko-gołdapski, ełcki).

KOOF w Częstochowie, Al. Armii Krajowej 13/15, 42-201 Częstochowa (woj. opolskie, woj. świętokrzyskie, powiaty: częstochowski, kłobucki, lubliniecki, myszkowski).

KOOF w Gdańsku, ul. Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk-Wrzeszcz (woj. pomorskie, woj. warmińsko-mazurskie z wyłączeniem powiatów: kętrzyńskiego, mrągowskiego, piskiego, giżyckiego, olecko-gołdapskiego, ełckiego).

KOOF w Gliwicach, ul. Bolesława Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice (woj. katowickie z wyłączeniem powiatów: częstochowskiego, kłobuckiego, lublinieckiego, myszkowskiego).

KOOF w Krakowie, ul. Reymonta 4, 30-059 Kraków (woj. małopolskie).

KOOF w Lublinie, pl. Marii Skłodowskiej-Curie 1, 20-031 Lublin (woj. lubelskie).

KOOF w Łodzi, ul. Pomorska 149, 90-236 Łódź (woj. łódzkie).

KOOF w Poznaniu, ul. Umultowska 85, 60-780 Poznań (woj. wielkopolskie).

KOOF w Rzeszowie, ul. Reytana 16A, 35-310 Rzeszów (woj. podkarpackie).

KOOF w Szczecinie, ul. Wielkopolska 15, 70-451 Szczecin (woj. zachodnio-pomorskie, woj. lubuskie).

KOOF w Toruniu, ul. Grudziądzka 5, 87-100 Toruń (woj. kujawsko-pomorskie).

KOOF w Warszawie, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa (woj. mazowieckie).

KOOF we Wrocławiu, pl. M. Borna 9, 50-205 Wrocław (woj. wrocławskie).