

13 października 1660. Poszedłem na Charing Cross zobaczyć, jak wieszano, włożono i ćwiartowano generała-majora Harrisona; podczas egzekucji wyglądał tak wesoło, jak tylko można wyglądać w podobnym położeniu. Jego głowa i serce zostały pokazane ludowi przy wielkich krzykach radości. Przed śmiercią miał jakoby powiedzieć, że wie pewnie, iż zasiądzie wnet po prawicy Chrystusa, aby sądził tych, którzy go ninie sądzą. Trzeba trafiać, że widziałem ścięcie Króla w Whitehall, a teraz pierwszą krew na pomstę za Króla wylałą. Wróciłem wodą do domu i tak się rozgniewałem widząc szmatki mej żony porzucone w nieładzie, że połamałem koszyczek, com go jej przywiózł z Holandii; a potem sam się zgryzłem, że to uczynił.

25 grudnia 1665. (Boże Narodzenie.) Rano do kościoła, gdzie widział ślub, rzecz, której dawno już nie oglądałem; państwo młodzi bardzo radzi jedno drugiemu i dopieroż to uciecha dla nas, ludzie żonaty, widzieć dwoje biednych szaleńców, zwabionych w te same sieci co nasze; wszyscy gapili się na nich i uśmiechali się. Potem na obiad do lorda Brouckera i do domu, gdzie zasiadłem do rachunków Tangeru, które tak mi się zależały, że jeśli bym umarł, sam diabeł by nic z nich nie zrozumiał i nie doszedł z nimi do końca. Mam nadzieję w Bogu, że nigdy więcej nie dopuści, abym tak się w czymkolwiek zaniedbał.

24 i 25 marca 1668. [...] Wszyscy u Dworu mówią o tumulcie na drugim końcu miasta [...] wszczętym przez czeladź i uczniów rzemieślniczych, którzy korzystając ze świąt poburzyli burdele. I, o Boże, warto było widzieć, jaki strach padł na wszystkich ludzi Dworu, tak że natychmiast wydano rozkazy wojskom pieszym i konnym, żeby stanęły pod bronią, i wnet uderzono larum w kotły i w trąby po całym Westminster, i nuże wszyscy pod swe barwy, i do koni! Rzekłbyś prawie, że Francuzi się wdarli do miasta. [...] Ale to rozpasane bractwo ma śmiałość krzyżować, że źle zrobili przestając na rozbijaniu burdela, miasto iść i burzyć największy, ten co jest w Whitehall. A wielu zwolywało się wczoraj hasłem „Reform i Oszczędności”.

Literatura

[1] T. W. Chaundy, J. E. Bullard, *John Smith's Problem*, *Mathematical Gazette* 44 (1960), ss. 253–260.

[2] *Dziennik Samuela Pepysa*, wybór, przekład i przypisy Marii Dąbrowskiej, wyd. III, PIW, Warszawa 1966.

[3] S. Stigler, *Issac Newton as a Probabilist*, *Statistic Sci.* 21, no. 3 (2006), ss. 400–403

Zadanie Samuela Pepysa Rafał SZTENCEL

22 listopada 1693 roku Samuel Pepys w liście do Izaaka Newtona postawił pytanie, co jest bardziej prawdopodobne: a) wyrzucenie co najmniej jednej szóstki w 6 rzutach uczciwą kostką, b) co najmniej dwóch szóstek w 12 rzutach, czy może c) co najmniej trzech szóstek w 18 rzutach?

Dziś jest to standardowe zadanie, które można znaleźć w wielu podręcznikach rachunku prawdopodobieństwa. Niech S_n będzie liczbą sukcesów w schemacie Bernoulliego, a $p = \frac{1}{6}$ – prawdopodobieństwem sukcesu. Obliczamy $p_n = P(S_{6n} \geq 6n \cdot p) = P(S_{6n} \geq n)$ dla $n = 1, 2, 3$:

$$p_1 = P(S_6 \geq 1) = 1 - P(S_6 = 0) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0,665,$$

$$p_2 = P(S_{12} \geq 2) = 1 - P(S_{12} \in \{0, 1\}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{12} - \binom{12}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{11} \approx 0,619,$$

$$p_3 = P(S_{18} \geq 3) = 1 - P(S_{18} \in \{0, 1, 2\}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{18} - \binom{18}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{17} - \binom{18}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{16} \approx 0,597.$$

Newton bez trudu wyliczył pierwsze dwa prawdopodobieństwa i uczynił uwagę, że trzecie jest najmniejsze. Później znalazł krótki, elegancki, niewymagający rachunków, i – niestety – błędny dowód, że $p_1 > p_2 > p_3$. Dziś wiemy (np. z [1]), że ciąg (p_n) jest malejący, ale dowód jest żmudny, nie znamy natomiast takiego argumentu, jaki miał na myśli Newton, choć z twierdzenia de Moivre’a–Laplace’a (1733) widzimy, że

$$p_n = P(S_{6n} \geq n) = P\left(\frac{S_{6n} - n}{\sqrt{n \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}}} \geq 0\right) \rightarrow \frac{1}{2}.$$

Autor [3] zauważa, że gdy np jest całkowite, to jest również medianą dla S_n , czyli $P(S_n \geq np) \geq \frac{1}{2}$ i $P(S_n \leq np) \geq \frac{1}{2}$. Ponadto w przypadkach z zadania Pepysa z niezłym przybliżeniem mamy

$$P(S_n \geq np) \approx \frac{1}{2} + 0,4 \cdot P(S_n = np),$$

a prawdopodobieństwa $P(S_n = np)$ maleją wraz ze wzrostem n . Ale to tylko heurystyka, wymagająca uściślenia.

Do dziś zatem z pozoru banalne zadanie Pepysa nie doczekało się zadowalającego rozwiązania.

Samuel Pepys (1633–1703), znany jako autor *Dziennika*, prowadzonego w latach 1660–1669, był synem krawca i praczki, należał do zwolenników Cromwella, ale udało mu się zachować zdobytą pozycję również w okresie Restauracji. Zawdzięczał to, jak się wydaje, głównie osobistym zdolnościom. W roku 1660 został sekretarzem Urzędu Marynarki i wynajął nauczyciela arytmetyki, by móc lepiej zorientować się w rachunkowości floty królewskiej. W *Dzienniku* znajdziemy opisy wielkiego pożaru i zarazy w Londynie, życia codziennego, relacje z wypadków politycznych, w szczególności z działań komisji, systematycznie rozprawiających się z osobami, które doprowadziły do ścięcia Karola I. Nie było żartów – patrz notka na marginesie.

Kultura masowa na szczęście jeszcze nie istniała. Pepys nieco wybrzydza na sztuki Szekspira (kto wie, może słusznie), dając poza tym dowody wyrobionego smaku literackiego i muzycznego (komponował całkiem udane pieśni).

Wiele miejsca w *Dzienniku* zajmują sprawy osobiste: liczne miłostki, o których we wstępie z wyraźną dezaprobatą pisze autorka (genialnego) przekładu, Maria Dąbrowska, przyznając jednak, że są tam „prawdziwie ludzkie i przejmująco trafne wypowiedzi [...] na temat cierpienia i miłości”.

W latach 1684–1686 Pepys był przewodniczącym Royal Society i to jego podpis nosi pierwsze wydanie *Principiów* Newtona. Nam pozostaje wyrazić żal, że *Dziennik* nie był wznawiany od ponad 30 lat.