

Uniwersalna kosmiczna prędkość

Krzysztof REJMER *

Szczególna teoria względności Alberta Einsteina opiera się na dwóch postulatach.

1. Zasada względności: wszystkie prawa fizyki są jednakowe w każdym inercyjnym układzie odniesienia.

2. Prędkość światła: prędkość światła jest taka sama w każdym inercyjnym układzie odniesienia.

Za „ojca” zasady względności można uznać Henri Poincarégo, natomiast (szokujący dla każdego, kto wychował się na mechanice Newtona) postulat niezależności prędkości światła od wyboru układu odniesienia pochodzi od Alberta Einsteina. Przyczyna, dla której Einstein zdecydował się zaprzeczyć pozornie oczywistym faktom, nie leżała w klasycznej mechanice, lecz w elektrodynamice klasycznej. W konsekwencji powstała nowa teoria nazwana mechaniką relatywistyczną, stara mechanika klasyczna zaś jest jedynie przypadkiem granicznym, odpowiadającym sytuacji, w której prędkości wszystkich poruszających się ciał są małe w porównaniu z prędkością światła.

Okazuje się, że istnienie uniwersalnej prędkości, niezależnej od wyboru układu odniesienia, jest konsekwencją samej zasady względności. Nazwiemy ją **uniwersalną kosmiczną prędkością**. Nie wynika z tego oczywiście, że chodzi tu akurat o prędkość światła. Pokażemy, iż szczególną teorię względności można wyprowadzić jedynie z zasady względności, nie odwołując się do drugiego postulatu. A że elektrodynamika pozwala zidentyfikować tę uniwersalną kosmiczną prędkość, to tym lepiej.

Rozważymy zatem jednorodną i izotropową przestrzeń oraz jednorodny czas. Są to naturalne założenia wspólne dla mechaniki Newtona i szczególnej teorii względności. Przyjmijmy też zasadę względności. I to są już wszystkie nasze założenia.

Rozważymy teraz dwa układy odniesienia \mathcal{U} i \mathcal{U}' . Wybieramy współrzędne kartezjańskie związane z tymi układami, tak by ich osie były równoległe, a zegary synchronizujemy w ten sposób, by w chwili, gdy początki układów współrzędnych pokrywają się, $t = t' = 0$; wielkości primowane dotyczą układu \mathcal{U} , a nieprimowane układu \mathcal{U}' . Układ \mathcal{U}' porusza się z prędkością v względem \mathcal{U} wzdłuż osi x w kierunku dodatnim, a układ \mathcal{U} porusza się z prędkością $-v$ względem \mathcal{U}' wzdłuż osi x' w kierunku ujemnym. Możemy wyrazić współrzędną x' przez x i t , oraz x przez x' i t' ,

$$x' = \frac{x}{F_v} + \frac{t}{G_v} \quad \text{oraz} \quad x = \frac{x'}{F_{-v}} + \frac{t'}{G_{-v}}.$$

Ponieważ znamy względne prędkości układów, możemy znaleźć związki między współczynnikami $F_{\pm v}$ i $G_{\pm v}$:

$$x' = 0 \implies v = \frac{x}{t} = -\frac{F_v}{G_v},$$

oraz

$$x = 0 \implies v = -\frac{x'}{t'} = \frac{F_{-v}}{G_{-v}}.$$

Z zasady względności wynika także równanie

$$F_{-v} = F_v.$$

Otrzymujemy stąd

$$t' = \frac{t - k_v x}{F_v},$$

przy czym wielkość

$$k_v = \frac{1 - F_v^2}{v},$$



Rozwiązanie zadania M 1168.

Niech d oznacza największy wspólny dzielnik liczb a i b . Wtedy $a = da_1$ i $b = db_1$, gdzie liczby całkowite dodatnie a_1 i b_1 są względnie pierwsze. Wówczas

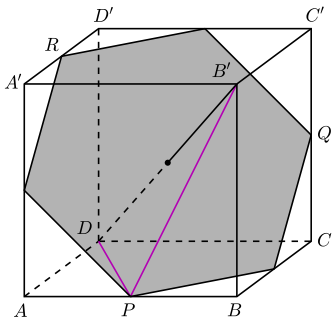
$$\frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{a_1^2 - b_1^2}{a_1 b_1},$$

skąd w szczególności wynika, że liczba a_1 jest dzielnikiem liczby b_1^2 . A skoro liczby a_1 i b_1 są względnie pierwsze, to $a_1 = 1$. Analogicznie wnioskujemy, że $b_1 = 1$, co w efekcie daje $a = b$.

*Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski w języku angielskim nazywana jest *chronocity*; polskiej nazwy brak.



Rozwiązanie zadania M 1169.
Przyjmijmy, że długość krawędzi sześciangu wynosi 2.



Wtedy $B'P = \sqrt{5} = PD$. Analogicznie, $B'Q = QD$ oraz $B'R = RD$. Zatem punkty P, Q, R leżą w płaszczyźnie będącej symetralną odcinka $B'D$.

Dodajmy teraz trzeci układ odniesienia U'' . Osie kartezjańskich układów współrzędnych, związanych z U, U', U'' , są równoległe, w pewnym momencie ich początki pokrywają się, a zegary są zsynchronizowane w ten sposób, że $t = t' = t'' = 0$ właśnie w tym momencie. Układ U' porusza się względem U w kierunku osi x z prędkością v , układ U'' porusza się względem U' w kierunku osi x' z prędkością u , natomiast przez w oznaczmy prędkość U względem U'' . Prosta algebra daje następujące wyniki:

$$(*) \quad w = -\frac{v+u}{1+vk_u} \quad \text{oraz} \quad -w = \frac{v+u}{1+uk_v}.$$

(W tym celu raz należy rozważyć prędkość U względem U'' , a raz prędkość U'' względem U .) Porównując powyższe równania, otrzymujemy

$$uk_v = vk_u, \quad \text{czyli} \quad \frac{k_v}{v} = \frac{k_u}{u} \equiv \Omega.$$

Wielkość Ω jest więc niezmiennikiem ze względu na wybór inercyjnego układu odniesienia, ma ona wymiar odwrotności kwadratu prędkości. Zauważmy, że posługując się trzema układami odniesienia U, U' i U'' , możemy tę wielkość zapisać jako

$$\Omega = -\frac{u+v+w}{uvw},$$

Jest to nowa, uniwersalna stała (o ile $\Omega \neq 0$). Łatwo sprawdzić, że

$$F_v = \sqrt{1 + \Omega v^2},$$

więc możemy zapisać transformację współrzędnych czasoprzestrzennych z układu U do U' w następujący sposób:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \Omega v^2}}, \quad t' = \frac{t - \Omega vx}{\sqrt{1 - \Omega v^2}},$$

Dla $\Omega = 0$ jest to transformacja Galileusza, natomiast dla dodatniej wartości Ω otrzymujemy transformację Lorentza, w której Ω odgrywa rolę c^{-2} (c jest prędkością światła).

Ujemne wartości Ω musimy odrzucić. Jeśli we wzorze (*) położymy $u = v$, to

$$-w = \frac{2v}{1 + v^2\Omega}.$$

Gdyby Ω była wielkością ujemną, to dla $v = 1/\sqrt{-\Omega}$ otrzymalibyśmy wyrażenie nieokreślone. Łatwo sprawdzić, że składając trzykrotnie tę samą prędkość v (trzeba wprowadzić jeszcze jeden układ odniesienia U'''), otrzymujemy wyrażenie, które jest nieokreślone dla $v = 1/\sqrt{-3\Omega}$. To postępowanie można kontynuować, otrzymując kolejne przypadki, kiedy prędkość nie jest określona. Ale prędkość jednego układu odniesienia względem drugiego nie może być nieokreślona.

Opisane przez nas rozumowanie ujmuje mechanikę Newtona ($\Omega = 0$) i mechanikę relatywistyczną ($\Omega > 0$) w wspólnym schemacie. Fakt, że już sama zasada względności (niezależnie od elektrodynamiki) wymusza istnienie uniwersalnej prędkości, niezależnej od wyboru inercyjnego odniesienia, został odnotowany niejednokrotnie po powstaniu szczególnej teorii względności, jednak kilka artykułów poświęconych temu zagadnieniu pozostało niezauważonych.

Pierwszeństwo należy oddać rosyjskiemu fizykowi o polsko brzmiącym nazwisku, Władimirowi Ignatowskiemu. Ignatowski urodził się w Gruzji w 1875 roku, natomiast opisana powyżej idea została opublikowana w artykule zamieszczonym w *Arch. Math. Phys.* w 1910 roku. W 1942 roku podczas oblężenia Leningradu Ignatowski został skazany na śmierć za rzekome szpiegostwo na rzecz Niemiec. Zrehabilitowano go pośmiertnie w 1955 roku. Na koniec oddajmy głos samemu Władimirowi Ignatowskiemu. W wykładzie wygłoszonym w Moskwie w 1909 roku mówił w ten sposób:

Na podstawie samej zasady względności można udowodnić, że musi istnieć uniwersalna stała kosmiczna, w przeciwieństwie do metody Einsteina, który obok zasady względności przyjmuje prędkość światła a priori jako uniwersalną stałą. Dowodząc jej istnienia, nie odwołujemy się do prędkości światła, dowodzimy jej istnienia w sensie ogólnym, nie zaś na podstawie jakiegoś szczególnego zjawiska fizycznego.

