

# Współczynnik prawdopodobności matek

Rafał SZTENCEL

W latach pięćdziesiątych ubiegłego wieku przy dochodzeniu ojcostwa przed sądem badano grupy krwi matki, dziecka i domniemanego ojca. Znano wtedy co najmniej trzy – niezależne statystycznie – układy cech: odkryty jako pierwszy przez Landsteinerja podział na grupy 0, A, B, AB, podział M, N, MN (Landsteiner, Levine), wreszcie cechę Rh, odkrytą podczas II wojny światowej. Już pierwsi odkrywcy grup krwi ustalili prawa dziedziczenia. Żadna z wymienionych cech nie może wystąpić u dziecka, jeśli nie ma jej ani we krwi matki, ani ojca.

W świetle dzisiejszej wiedzy stwierdzenie to nie jest całkiem ściśle, m. in. w odniesieniu do rzadkiej, specyficznej grupy 0 typu Bombay [3], gdzie cechy A i B są w pewnym sensie ukryte. Nie będzie to miało jednak znaczenia dla dalszego rozumowania.

Dzisiaj znamy ponad 20 układów cech krwi, potrafimy też badać DNA, co pozwala na prawie pewne wykluczenie ojcostwa u niesłusznie pozwanego. W latach pięćdziesiątych jednak tylko 9,1% ekspertyz orzekło wykluczenie ojcostwa, pozostawiając ponad 90% przypadków bez rozstrzygnięcia.

W pracy [1] Hugo Steinhaus dokonał analizy statystycznej 1515 spraw sądowych o ustalenie ojcostwa (materiał pochodził od Ludwika Hirszfelda, jednego z twórców nauki o grupach krwi, który występował jako ekspert przed sądem). W efekcie Steinhausowi udało się precyzyjnie ustalić, jakie jest prawdopodobieństwo *a priori* – czyli przed dokonaniem ekspertyzy – że pozwany jest ojcem dziecka. Ów współczynnik prawdopodobności matek był równy 71,3% z błędem średnim 2%. W istocie pojawił się on jako produkt uboczny obliczeń Hirszfelda, który wiedział także, że w Kopenhadze był on znacznie niższy, taki jak przed wojną na obszarze Wolnego Miasta Gdańska.

Pokażemy, jak obliczyć prawdopodobieństwo *p*, że pozwany jest ojcem dziecka. Rozpatrzmy cechę krwi *C*, której częstość w populacji wynosi *f*. Niech matka nie ma *C*, niech dziecko ma *C*. Gdy pozwany ma *C*, nie ma podstaw do wykluczenia ojcostwa, w przeciwnym razie ojcostwo zostaje wykluczone. Prawdopodobieństwo takiego zdarzenia jest równe

$$(*) \quad g = P(F' \cap C') = P(F')P(C') = (1-p)(1-f),$$

bowiem zdarzenia *F* – bycie ojcem dziecka oraz *C* – posiadanie cechy *C* można uznać za niezależne (jeśli *F* i *C* są niezależne, to *F'* i *C'* też). Znając *g* ze statystyk spraw sądowych, wyliczamy niewiadomą *p*.

## Literatura

[1] H. Steinhaus, *O dochodzeniu ojcostwa*, Zastosowania Matematyki 1 (1953–54), z. 2, ss. 67–81.

[2] H. Steinhaus, *Wspomnienia i zapiski*. Wrocław 2002.

[3] Wikipedia, *Grupy krwi*.

W rzeczywistości mamy do czynienia z wieloma cechami o częstościach *f<sub>i</sub>*. Wtedy równanie (\*) przybiera postać

$$g = (1-p) \cdot \sum (1-f_i).$$

Jeśli pozwany ma bardzo rzadką cechę krwi, można sądzić, że prawie na pewno jest ojcem dziecka.

Znajomość *p* wraz ze wzorem Bayesa pozwalają na wyznaczenie prawdopodobieństwa warunkowego

$$P(F|C) = \frac{P(C|F)P(F)}{P(C|F)P(F) + P(C|F')P(F')}.$$

Jeśli np. *f* = 0,05, to

$$P(F|C) = \frac{1 \cdot 0,713}{1 \cdot 0,713 + 0,05 \cdot 0,287} = 0,98.$$

Powstaje pytanie, czy i w jakim zakresie powyższe dane mogą stanowić wsparcie dla decyzji sędziego. Już sam fakt, że ktoś został pozwany przez matkę dziecka, prowadzi do stwierdzenia, że jest on ojcem dziecka z prawdopodobieństwem 71,3%. Wykrycie rzadkiej

cechy *C* we krwi pozwanego podwyższa tę wartość do 98%. Sędzia jednak może znać dodatkowe okoliczności, które spowodują, że ulegnie ona zmianie.

W październiku 1956 roku Steinhaus przedstawił w Oddziale Wrocławskim Polskiego Towarzystwa Matematycznego propozycję sposobu wyrokowania w sprawach o alimenty [2]. Wyrok mógłby uznać ojcostwo za udowodnione, nieudowodnione lub wyłączone. W pierwszym przypadku sąd orzeka ojcostwo i alimenty, w drugim ojcostwo bez alimentów, w trzecim oddala pozew. Alimenty są stałe dla kobiety, otrzymuje je ona jednak nie od mężczyzny, a od Ubezpieczalni. Mężczyzna wpłaca do Ubezpieczalni kwotę proporcjonalną do prawdopodobieństwa ojcostwa, stanu majątkowego i sumarycznych kosztów. System taki miałby szybko wyeliminować fałszywe pozwy, jako dające kobiecie mniejszą szansę.