Wyniki XXIII Ogólnopolskiego Sejmiku Matematyków

Konkurs polega na przedstawieniu opracowania jednego z tematów zaproponowanych przez Jury (wraz z bibliografią) lub tematu własnego oraz – w przypadku zakwalifikowania się do finału – krótkim publicznym zreferowaniu tego opracowania. W roku 2006/7 proponowane tematy to pewnik wyboru, generowanie liczb losowych, działania na zbiorach, aproksymacja funkcji, rodzaje zbieżności funkcji, rekurencje, ułamki proste, funkcje tworzące, sieci przepływowe, rozmycie, porządne i nieporządne funkcje, związki liczb i, e, π.

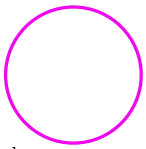
Sejmiki organizuje Pracownia Matematyki Pałacu Młodzieży w Katowicach; www.pm.katowice.pl/pracownia/matematyka

Jury w składzie: prof. dr hab. Maciej Sablik, dr Lech Bartłomiejczyk, mgr Tomasz Bielaczyc, dr Marzena Ciemała, mgr Żywilla Fechner, dr Erwin Kasparek, dr Michał Machura, dr Janusz Morawiec, dr Katarzyna Osiak, dr Marian Podhorodyński, mgr Barbara Przebieracz, dr Anna Szczerba-Zubek, przyznało

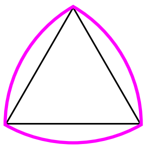
I miejsce **Adrianowi Łańcuckiemu** z I LO w Legnicy za pracę *Nowe spojrzenie na problem czterech barw*;
II miejsce **Tomaszowi Tkoczowi** z II LO w Rybniku za pracę *O kilku nierównościach funkcyjnych*;
III miejsce **Kamilowi Kaczmarkowi** z V LO w Siemianowicach Śl. za pracę *Od Cezara przez Enigmę do RSA, czyli podstawy kryptografii*;
IV miejsce **Maciejowi Pająkowi** z Pracowni Matematyki Pałacu Młodzieży w Katowicach za pracę (patrz *Mała Delta* w tym numerze) *Węzły i sploty. Klasyczna teoria węzłów a węzły używane w praktyce*;
oraz wyróżnienie **Maciejowi Chruścielowi** z II LO w Olkuszu za pracę *Dlaczego ten obwód jest większy?*

W głosowaniu i nauczyciele, i uczniowie wybrali referat Adriana Łańcuckiego.

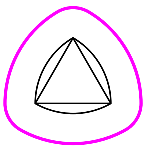
Stała szerokość



okrąg



trójkąt Reuleaux

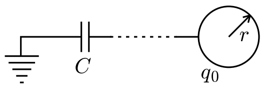


otoczka trójkąta Reuleaux

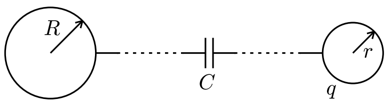
Krzywa zamknięta *ma stałą szerokość* d, gdy dla dowolnie obranego kierunku mieści się między dwiema prostymi równoległymi, mającymi ten kierunek i odległymi o d, a nie mieści się między żadnymi dwiema równoległymi odległymi o mniej niż d. Jak łatwo zauważyć, krzywą o stałej szerokości jest okrąg – jego (stała) szerokość to jego średnica. Łatwo też zauważyć, że figurą o stałej szerokości jest trójkąt Reuleaux, który konstruujemy, łącząc każde dwa wierzchołki trójkąta równobocznego łukiem okręgu o środku w trzecim wierzchołku – jego szerokość to długość boku wyjściowego trójkąta. Ta konstrukcja pozwoli zapewne zainteresowanym Czytelnikom skonstruować wiele innych figur o stałej szerokości (z wielokątów o nieparzystej – dlaczego? – liczbie boków). Jeszcze inne figury o stałej szerokości uzyskamy, rysując otoczki danych krzywych o stałej szerokości, czyli rysując te punkty leżące na zewnątrz nich, których odległość do najbliższego punktu wyjściowej krzywej jest daną z góry liczbą ε. Jeśli szerokość wyjściowej krzywej będzie d, to otrzymana figura będzie miała szerokość $d+2\varepsilon$. To bogactwo jednak w pewnym sensie mieści się między okręgiem a trójkątem Reuleaux: z krzywych o stałej szerokości d największe pole ogranicza okrąg, a najmniejsze trójkąt Reuleaux (co wykazał Henri Lebesgue!), a różnica wynosi zaledwie $\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}\right)d^2 \approx 0,080\,d^2$.

M.K.

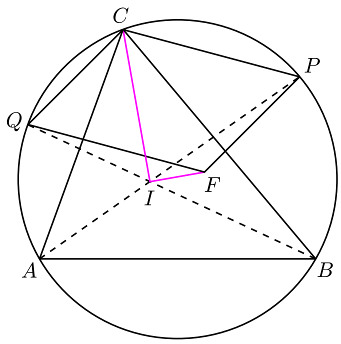
Zadania



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 683. Jedną okładkę kondensatora o pojemności C uziemiamy, a drugą łączymy z odległą przewodzącą kulką o promieniu r i ładunku q_0 (rys. 1). Jaki ładunek zostanie na powierzchni kulki?
Rozwiązanie na str. 16

F 684. Dwie bardzo odległe, przewodzące kulki o promieniach r i R są podłączone do dwóch okładek kondensatora o pojemności C. Jedna kulka, o promieniu r, została odłączona od kondensatora, naładowana ładunkiem Q i znowu podłączona (rys. 2). Jaki ładunek pojawił się na powierzchni drugiej kulki?
Rozwiązanie na str. 16

Redaguje Waldemar POMPE

M 1156. Dowieść, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n liczba $n^{n^{n^4}} - n^{n^{n^2}}$ jest podzielna przez 547.
Rozwiązanie na str. 3

M 1157. Na przyjęciu spotkało się $n \geqslant 2$ osób, przy czym każda z nich ma wśród pozostałych co najwyżej trzy nieznajome osoby. Wykazać, że uczestników przyjęcia można podzielić na dwie grupy tak, aby każdy z nich miał w obrębie swojej grupy co najwyżej jedną nieznajomą osobę.
Rozwiązanie na str. 4

M 1158. Punkt I jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC. Proste AI i BI przecinają okrąg opisany na trójkącie ABC odpowiednio w punktach P i Q, różnych od A i B (rys. 3). Punkt F jest takim punktem, że czworokąt $CPFQ$ jest równoległobokiem. Udowodnić, że proste IC i IF są prostopadłe.
Rozwiązanie na str. 5