# Lewitron – prosta zabawka fizyczna o nie tak prostej teorii działania

*Krzysztof BYCZUK*[*]

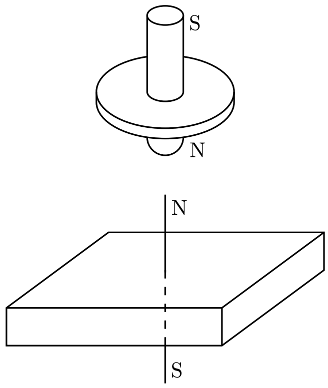
Lewitacją nazywamy stan, w którym ciało pozostaje w spoczynku, jednocześnie nie mając bezpośredniego kontaktu z żadnym innym ciałem. Osiągnięcie stanu statycznej lewitacji nie jest jednak możliwe.

Każdy wie, że jednoimienne bieguny magnesów odpychają się. Wydaje się więc, że można by umieścić wystarczająco silne magnesy, jeden nad drugim, tak aby ten na górze unosił się swobodnie w powietrzu bez żadnego bezpośredniego wsparcia. Doświadczenie jednak pokazuje, że to się nigdy nie udaje: górny magnes obraca się i zostaje przyciągnięty przez dolny.

W 1842 roku Samuel Earnshaw udowodnił zaskakujące twierdzenie:

*w pustej przestrzeni nie istnieje żadna statyczna (czyli niezmieniająca się w czasie) konfiguracja pól elektrycznych, magnetycznych i grawitacyjnych, dla której energia potencjalna miałaby lokalne minimum.*

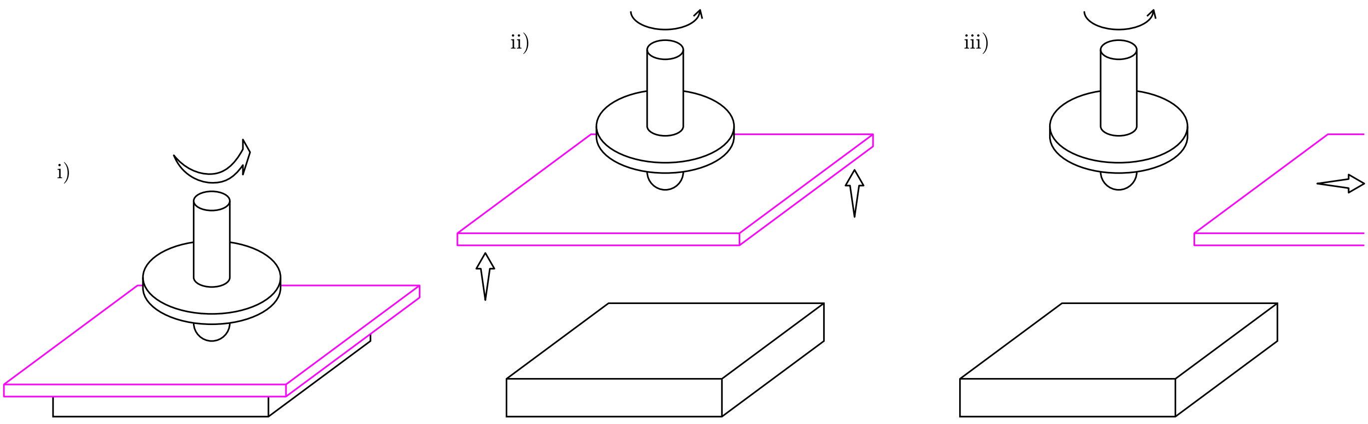
Oznacza to, że, niezależnie od sposobu wzajemnego ustawienia ładunków elektrycznych, dipoli magnetycznych i mas w obszarach pomiędzy nimi, energia potencjalna pól nie ma lokalnego minimum, a więc żadne ciało nie będzie znajdowało się w stanie równowagi trwałej. Z punktu widzenia mechaniki Newtona i elektrodynamiki klasycznej statyczna lewitacja nie jest więc możliwa. Zauważmy, że z twierdzenia Earnshawa wynika, iż stabilne molekuły chemiczne także nie powinny istnieć. Faktycznie, wyjaśnienia stabilności materii należy szukać w mechanice kwantowej.




Rys. 1. Schemat budowy lewitronu. Zasadnicze elementy to duży magnes w podstawie oraz magnetyczny bączek. Bieguny magnesów muszą być przeciwnie skierowane.

W latach dziewięćdziesiątych XX wieku pojawiła się w sprzedaży zabawka o nazwie „lewitron”. Zabawka składa się z dużego i silnego magnesu stałego wykonanego z materiałów ceramicznych oraz małego bączka, także wykonanego z magnesu o symetrii osiowej. Masa bączka wynosi około 18 g. W zestawie jest też kilka pierścieni o masach: 3, 1, 0,4, 0,2 i 0,1 g. Dodatkowo znajduje się w komplecie plastikowa płytka oraz w niektórych wersjach mały silniczek do wprawienia bączka w ruch obrotowy.

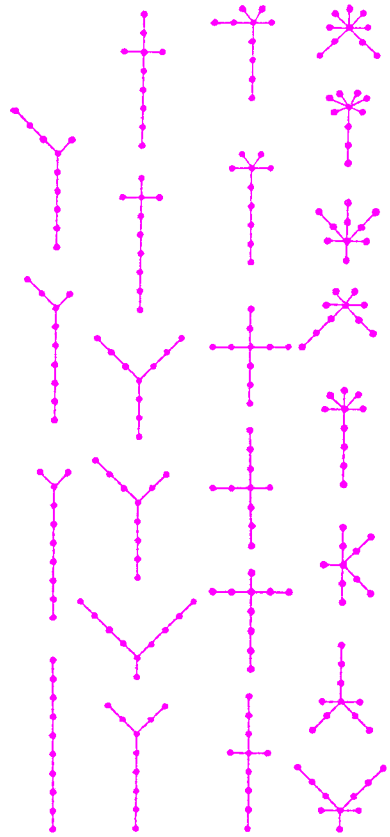
Zabawa polega na rozkręceniu bączka na płytce umieszczonej nad magnesem stałym. Następnie umiejętnie unosimy płytkę z kręcącym się bączkiem do momentu, aż zacznie on sam unosić się w polu grawitacyjnym, wirując nad magnesem. Wtedy płytkę odsuwamy. W tym stanie *lewitacji dynamicznej* bączek pozostaje około 2 do 3 minut.




Rys. 2. Kolejne etapy wprowadzania bączka w stan dynamicznej lewitacji: i) rozkręcamy bączek na plastikowej płytce, ii) unosimy płytkę do góry, iii) odsuwamy płytkę, pozostawiając bączek wirującego w powietrzu.

Oczywiście, wprowadzenie bączka w stan dynamicznej lewitacji wymaga pewnej wprawy, bardzo dokładnego ustawienia magnesu trwałego w poziomie oraz

[*]Uniwersytet Augsburski (Niemcy) i Uniwersytet Warszawski



drzewka z dziesięcioma wierzchołkami – początek

dobrania ciężaru bączka za pomocą dołączonych pierścieni. Ważne też jest, aby bączek wirował z odpowiednią prędkością kątową, ani za wolno, ani za szybko.

Lewitron został wynaleziony i opatentowany przez Roya Harringa w 1983 roku w USA. Teoretyczne zrozumienie, jak działa lewitron, pojawiło się jednak dopiero w 1996 roku.

## Jak lewitron (nie) działa

Aby bączek unosił się w polu grawitacyjnym, musi na niego działać siła równoważąca przyciąganie ziemskie. Jednoimienne bieguny magnesu w podstawie i w bączku muszą więc być zwrócone przeciwnie do siebie, jak na rysunku 1. Ponadto gdyby bączek nie wirował, to natychmiast odwróciłby się i spadł na podstawę. Ma jednak spory moment pędu, który jest zachowany w czasie ruchu, co uniemożliwia przewrócenie się.

Pozostaje jednak problem z istnieniem równowagi trwałej takiego układu. Bardzo dobrze to widać, gdy próbujemy dostroić zabawkę do działania. Przy nieudanych próbach zauważamy, że wirujący bączek faktycznie się nie odwraca (moment pędu jest zachowany), jednak „wypływa” z obszaru nad magnesem i spada poza podstawą.

Jeśli bączek ma moment magnetyczny $\vec{\mu}$ i masę $m$, to znajdując się w polu magnetycznym o indukcji $\vec{B}(\vec{r})$, która zależy od danego punktu w przestrzeni, oraz w polu grawitacyjnym o natężeniu g, ma energię potencjalną równą

$$U(\vec{r}) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}(\vec{r}) + mgz,$$

gdzie $z$ jest wysokością nad powierzchnią Ziemi. W pustej przestrzeni pola magnetyczne i grawitacyjne spełniają twierdzenie Earnshawa. Można wykazać, że energia potencjalna w tym układzie ma punkt siodłowy. W pewnym kierunku przy oddalaniu się od położenia równowagi $U$ rośnie, ale w innym maleje. Nawet gdy bączek znajdzie punkt równowagi trwałej wzdłuż jednego kierunku, to ucieka z tego obszaru w kierunku prostopadłym, gdyż względem niego była to równowaga nietrwała.

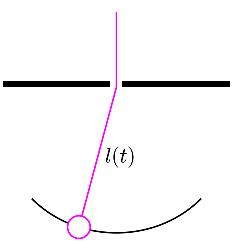
## Jak więc lewitron naprawdę działa

Lewitujący bączek wykonuje trzy rodzaje ruchów: szybki ruch obrotowy wokół własnej osi, wolniejszą precesję osi obrotu oraz powolny ruch środka masy bączka na boki. Doświadczalne oszacowanie charakterystycznych częstości tych ruchów daje dla ruchu wirowego $f_{\text{wirowy}} \approx 25\,\text{Hz}$, dla precesji $f_{\text{precesja}} \approx 5\,\text{Hz}$ i dla ruchów bocznych $f_{\text{boczny}} \approx 1\,\text{Hz}$. Skale czasowe dla tych trzech rodzajów ruchu są różne:

$$f_{\text{boczny}} \ll f_{\text{precesja}} \ll f_{\text{wirowy}}.$$

Mówimy o *separacji skal czasowych* w tym układzie. Upraszcza to zagadnienie, bo każdy z tych trzech ruchów można teraz rozpatrywać niezależnie, stosując *przybliżenie adiabatyczne*, w którym badając jeden typ ruchu, zaniedbuje się ruchy pozostałe, znacznie odeń szybsze lub wolniejsze.

Bardzo ważnymi wielkościami w fizyce są te, które nie zmieniają się w czasie, tak zwane wielkości zachowane. Przykładami są energia, pęd lub moment pędu dla izolowanego układu fizycznego. Gdy układ nie jest izolowany i oddziałuje z otoczeniem, np. jeden z parametrów układu zmienia się w czasie, wspomniane wielkości nie są już zazwyczaj zachowane. Gdy jednak jakiś parametr układu zmienia się dużo wolniej niż typowe skale czasowe innych procesów w układzie, to pewne inne wielkości fizyczne mogą być w przybliżeniu zachowane. Takie niezmienniki powolnych ruchów nazywamy *niezmiennikami adiabatycznymi.*

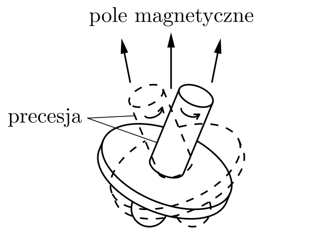



Wahadło o powoli zmieniającej się długości.

Jako przykład rozważmy wahadło matematyczne, którego długość zmienia się powoli w stosunku do okresu drgań, np. ktoś powoli wyciąga kulkę z linką w górę. Powolna zmiana długości wahadła oznacza, że

$$\frac{1}{l(t)}\frac{\mathrm{d}l(t)}{\mathrm{d}l} \ll \frac{1}{T},$$

gdzie $l$ jest chwilową długością wahadła, a $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ okresem jego drgań. Energia układu $E$ nie jest stała, ale można wykazać, że wielkości $E(t)\sqrt{l(t)}$, $T(t)/\sqrt{l(t)}$ i $E(t)T(t)$ są w przybliżeniu stałe.




Rys. 3. Precesja osi bączka wokół lokalnego kierunku pola magnetycznego.

Precesja osi lewitronu zachodzi szybciej niż ruch na boki. Efekt żyroskopowy z kolei w ciągły sposób ustawia oś precesji bączka równolegle do lokalnego kierunku zewnętrznego pola magnetycznego $\vec{B}(\vec{r})$. Dzięki temu uśredniony względem czasu moment magnetyczny bączka jest zawsze ustawiony równolegle i przeciwnie do zewnętrznego pola, więc siły magnetyczne przeciwdziałają siłom grawitacji. Można sobie wyobrazić, że bączek powoli porusza się na boki, a szybka precesja zawsze znajduje nową oś precesji dla danego położenia bączka.

W optymalnych warunkach, czyli gdy bączek jest w stanie lewitacji dynamicznej, wielkość

$$\vec{\mu} \cdot \vec{B}(\vec{r})$$

jest niezmiennikiem adiabatycznym układu. Innymi słowy, dla ruchów dostatecznie powolnych w porównaniu z precesją i wirowaniem wielkość ta jest stała w czasie. Dzięki temu energię potencjalną całego układu, która jest w ogólności funkcją długości wektora indukcji pola magnetycznego $\vec{B}$ i kąta, jaki ten wektor tworzy z momentem magnetycznym bączka $\vec{\mu}$, można zapisać jako funkcję wyłącznie długości wektora indukcji $\vec{B}(\vec{r})$, którego długość $B$ ma lokalne ekstremum i tym samym istnieje punkt równowagi trwałej. Pozostaje to w zgodzie z przytoczonym na początku twierdzeniem Earnshawa, gdyż dotyczy ono tylko statycznych konfiguracji, a nasz układ jest dynamiczny.

Autor dziękuje za wsparcie DFG SFB 484.

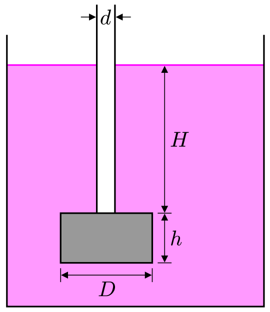
**Literatura**

1. M.V. Berry, Proc. R. Soc. London A 452, 1207 (1996).
2. M.D. Simon, L.O. Heflinger i S.L. Ridgway, Am. J. Phys. 65, 286 (1997).
3. T.B. Jones, M. Washizu i R. Gans, J. Appl. Phys. 82, 883 (1997).
4. H.R. Dullin i R.W. Easton, Physica D 126, 1 (1999).

# Zadania

*Redaguje Ewa CZUCHRY*

**F 679.** W zbiorniku z wodą została umieszczona długa rurka o średnicy $d$, do której z dołu przylega cylindryczny krążek o grubości $h$ i średnicy $D$ (rys. 1). Gęstość materiału krążka $\rho$ jest większa od gęstości wody $\rho_w$. Rurkę powoli podnosimy do góry. Na jakiej głębokości $H$ krążek oderwie się od rurki?
Rozwiązanie na str. 15




Rys. 1

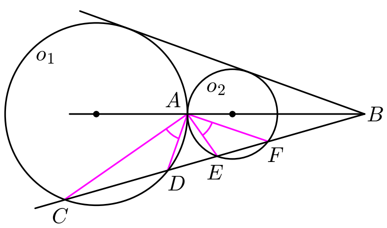
**F 680.** Napięcie powierzchniowe na granicy woda–oliwa wynosi $\alpha \approx 18 \cdot 10^{-3}$ N/m. Jaką pracę należy wykonać, aby kroplę oliwy o masie $m = 1$ g rozdrobnić w wodzie na krople o promieniu $r = 10^{-4}$ cm? Przyjmujemy, że gęstość oliwy to $\rho = 0{,}9$ g/cm$^3$.
Rozwiązanie na str. 5

*Redaguje Waldemar POMPE*

**M 1150.** Okręgi $o_1$ i $o_2$ są styczne zewnętrznie w punkcie $A$ (rys. 2). Wspólna styczna zewnętrzna okręgów $o_1$ i $o_2$ przecina prostą łączącą ich środki w punkcie $B$. Prosta przechodząca przez punkt $B$ przecina okrąg $o_1$ w punktach $C$ i $D$, a okrąg $o_2$ w punktach $E$ i $F$. Udowodnić, że

$$\sphericalangle CAD = \sphericalangle EAF\,.$$

Rozwiązanie na str. 15




Rys. 2

**M 1151.** Dane są takie liczby całkowite $a$, $b$, $c$, $d$, że każda z tych liczb jest podzielna przez liczbę $ab - cd$. Wykazać, że $|ab - cd| = 1$.
Rozwiązanie na str. 5

**M 1152.** Liczby rzeczywiste $a$, $b$, $c$ spełniają zależności $|a| \geqslant |b + c|$, $|b| \geqslant |c + a|$, $|c| \geqslant |a + b|$. Dowieść, że $a + b + c = 0$.
Rozwiązanie na str. 3