Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań:
31 I 2007

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 M
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
517 ($WT = 1{,}00$) i **518** ($WT = 3{,}53$)
z numeru 3/2006

Marian Łupieżowiec	– Zebrzydowice	43,55
Michał Kieza	– Warszawa	38,90
Jerzy Cisło	– Wrocław	34,63
Michał Jastrzębski	– Warszawa	32,79
Łukasz Garncarek	– Opole	32,10
Krzysztof Kamiński	– Pabianice	31,66
Dariusz Kurpiel	– Posada Zarszyn	31,09

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie http://www.mimuw.edu.pl/delta/regulamin.html.

Zadania z matematyki nr 529, 530

Redaguje Marcin E. KUCZMA

529. Dane są liczby całkowite x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 oraz liczba całkowita dodatnia m, będąca dzielnikiem zarówno sumy liczb x_i, jak i sumy ich kwadratów. Wyjaśnić, czy z tych założeń wynika, że m jest także dzielnikiem liczby

$$x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 + x_4^5 + x_5^5 - 5x_1x_2x_3x_4x_5.$$

530. Wysokości trójkąta ostrokątnego ABC przecinają się w punkcie H. Proste poprowadzone z punktu A są styczne do okręgu o średnicy BC w punktach P i Q. Udowodnić, że punkty P, Q i H są współliniowe.

Zadanie 530 zaproponował pan Michał Kieza z Warszawy.

Klub 44

Zadania z fizyki nr 426, 427

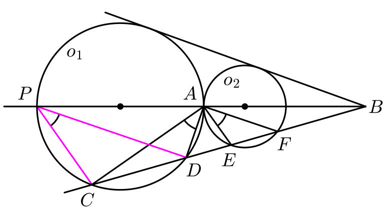
Redaguje Jerzy B. BROJAN

426. Cienki jednorodny pręt położono na poziomym stole kończącym się pionową krawędzią (rys.) w pozycji prostopadłej do tej krawędzi. Następnie powoli przesuwano pręt w stronę krawędzi, aż zaczął się przechylać i ześlizgiwać. Tarcie między prętem a stołem nie występuje, tzn. siła reakcji stołu jest stale prostopadła do pręta. Który punkt pręta jako ostatni utraci kontakt z podłożem? Ile w tym momencie będzie wynosił kąt przechyłu pręta? Dopuszczalna jest odpowiedź oparta na obliczeniach numerycznych.

Jak zmieniłyby się odpowiedzi na powyższe pytania, gdyby wartość przyspieszenia ziemskiego g uległa podwojeniu?

427. Przypuśćmy, że masa neutronu byłaby o 0,1% mniejsza od rzeczywistej, przy niezmienionej masie protonu i elektronu. Jak wpłynęłoby to na właściwości atomu wodoru? Niezbędne dane wziąć z tablic.

Rozwiązanie zadania M 1150.
Rozpatrzmy jednokładność o środku B przekształcającą okrąg o_2 na okrąg o_1.



Wówczas punkty E i F przechodzą przy tej jednokładności odpowiednio na punkty C i D, a punkt A zostaje przeprowadzony na pewien punkt P leżący na okręgu o_1. Trójkąty AEF i PCD są więc jednokładne, skąd otrzymujemy: $\sphericalangle EAF = \sphericalangle CPD = \sphericalangle CAD$.

Rozwiązanie zadania F 679.
Krążek oderwie się od rurki na głębokości H, na której siły działające na krążek od góry i od dołu będą równe. Od góry w dół działają na krążek dwie siły:

ciśnienie wody $\quad \rho_w gH \cdot \dfrac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$

oraz ciężar krążka $\quad \rho g \dfrac{\pi D^2}{4} h.$

Od dołu do góry działa tylko

siła wyporu wody $\quad \rho_w g \dfrac{\pi D^2}{4}(H + h).$

Wobec tego

$$\rho_w gH \cdot \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) + \rho g \frac{\pi D^2}{4} h = \rho_w g \frac{\pi D^2}{4}(H + h),$$

skąd otrzymujemy $H = h\dfrac{D^2}{d^2}\dfrac{\rho - \rho_w}{\rho_w}$.