



mała delta

O tasowaniu kart

Każdy, kto gra w karty, powinien umieć tasować. Najpopularniejszy sposób tasowania, którym wyłącznie będziemy się zajmować, składa się z dwóch etapów. Najpierw dzielimy talię na dwie kupki przez wzięcie pewnej ilości kart z wierzchu. Bierzymy obie części w dłonie i splatamy je upuszczając od dołu karty w sposób losowy. Szczególnym przypadkiem takiego tasowania jest opisane w Delcie 8/2002 przez Tomasza Bartnickiego i Jarosława Grytczuka tasowanie *doskonale*, tzn. takie, w którym talię dzielimy na połowy, a karty upuszczane są pojedynczo raz z jednej, raz z drugiej kupki. Ale co z sytuacją ogólną?

Rozpocznijmy od prostej sztuczki karcianej. By uniknąć nieporozumień związanych z pojęciem koloru karty, ustalmy, że karty czerwone to kiery i kara, a czarne to trefle i piki. Przed pokazem przygotuj talię kart w ten sposób, że karty czerwone umieszczone są na przemian z czarnymi. Połóż na stole kartę czerwoną, a obok czarną. Pozostałe karty podziel na dwie kupki tak, by na spodzie jednej była karta czerwona, a na drugiej czarna i raz potasuj. Wręcz je widzowi i poproś, aby odsłonił wierzchnią kartę, a potem położył ją na stole na karcie o takim samym kolorze. Następną kartę, bez oglądania, niech położy na karcie obok. Na stole powinny znajdować się teraz dwie kupki po dwie karty. Kolejne pary kart niech wyłoży według tej samej zasady, aż do otrzymania na stole dwóch kupek po 26 kart każda. Niespodzianka! W każdej z nich są karty tego samego koloru. Zapraszamy czytelnika do samodzielnego wyjaśnienia, dlaczego tak jest. Opisana sztuczka ilustruje oczywisty fakt, że po jednym tasowaniu tylko niektóre układy kart są możliwe.

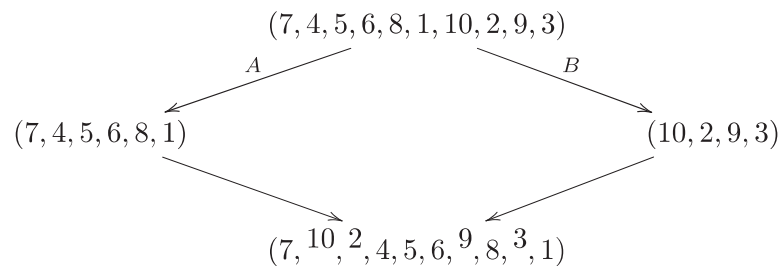
Ograniczyliśmy się tylko do takich tasowań, w których talię dzielimy na dwie kupki zawierające nieparzystą liczbę kart. Jakie układy dostaniemy przy pozostałych tasowaniach? Może można tę sztuczkę jakoś udoskonalić?



Spróbujmy odpowiedzieć na pytanie, ile razy co najmniej trzeba potasować talię kart, żeby istniała możliwość otrzymania dowolnego innego układu kart. Dla uproszczenia załóżmy najpierw, że mamy tylko 10 kart ponumerowanych liczbami od 1 do 10. Każdemu układowi kart odpowiada ustawienie tych liczb w pewnej kolejności np:

(*) $(7, 4, 5, 6, 8, 1, 10, 2, 9, 3)$.

Podział w pewnym miejscu takiego ciągu na dwa krótsze ciągi A i B odpowiada podziałowi talii kart na dwie kupki. Przeplatanie kart z kupek to nic innego jak wstawienie bez zmieniania kolejności liczb z ciągu B pomiędzy wyrazy ciągu A :





W każdym ciągu, kodującym pewien układ kart, możemy wyróżnić tzw. *podciągi wstępujące*. Są to takie podciągi rosnące, których wyrazami są kolejne liczby naturalne i których nie można przedłużyć do dłuższych podciągów o tej własności. Na przykład, w ciągu (*), podciągi wstępujące to (1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9) i (10). To pojęcie jest kluczowe do odpowiedzi na nasze pytanie. Zauważmy bowiem, że

liczba podciągów wstępujących w ciągu reprezentującym układ kart po tasowaniu może być co najwyżej dwa razy większa od liczby podciągów wstępujących w ciągu odpowiadającym talii przed tasowaniem.

Rzeczywiście, każdy podciąg wstępujący generuje co najwyżej jeden podciąg wstępujący zarówno w A jak i w B . Kolejność w A i w B zostaje zachowana, więc liczba podciągów wstępujących nie może być większa od liczby podciągów wstępujących w A i w B .

Załóżmy teraz, że nasza talia liczy n kart. Jeżeli początkowym układem kart jest

$$(1, 2, 3, \dots, n)$$

to po k tasowaniach mogą pojawić się tylko takie układy, które zawierają co najwyżej 2^k podciągów wstępujących. Największą liczbę takich podciągów zawiera ciąg

$$(n, n-1, n-2, \dots, 1)$$

odpowiadający talii ułożonej w odwrotnej kolejności niż na początku. Zatem jeżeli $2^k < n$, to po k tasowaniach możemy być pewni, że tak ułożonej talii nie otrzymamy. Ponadto, jeśli w pewnym układzie liczba podciągów wstępujących jest większa lub równa 2^k , to istnieje k takich tasowań, które doprowadzą talię do tego układu. Dowód tego faktu jednak pominiemy. W przypadku $n = 52$ dopiero po sześciu tasowaniach można otrzymać dowolny inny układ kart.

Na zakończenie opiszemy jeszcze jedną sztuczkę, wykorzystującą zachowanie się podciągów wstępujących przy tasowaniu. Będzie ona miała jednak jedną wadę: od czasu do czasu może nie wyjść. Ustalmy najpierw taką numerację kart, którą łatwo będzie zapamiętać, np. do wartości karty (asa traktujemy jak jedynekę, a waleta, damę i króla jako odpowiednio jedenastkę, dwunastkę i trzynastkę) dodajmy $13p$, gdzie p zależy od koloru karty według poniższej tabelki:

kolor	kier	pik	karo	trefl
p	0	1	2	3

Ułóż talię tak, by numery kart tworzyły ciąg

$$(1, 2, \dots, 52).$$

Tak przygotowaną talię wręcz widzowi i poproś go o potasowanie jej trzykrotnie. Następnie niech obejrzy kartę z wierzchu i włoży ją gdzieś do środka talii. Twoim zadaniem jest odnalezienie tej karty. Często powinno Ci się udać, ponieważ po trzykrotnym tasowaniu, w talii przeważnie znajduje się osiem podciągów wstępujących sześć- lub siedmiocyfrowych. Karta widza dodaje dodatkowy podciąg wstępujący długości 1. Do odnalezienia go jest potrzebne wprawne oko lub ułożenie swojego pasjansa. Przed pokazem warto więc trochę poćwiczyć.

Matą Deltę przygotował Marcin HAUZER