



Rozwiązanie zadania M 1129.

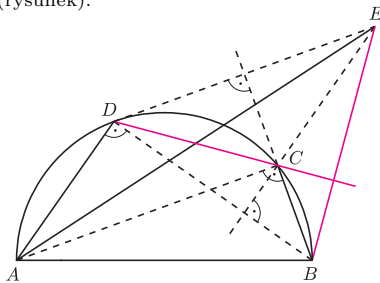
Nie można. Jeśli połowa wszystkich dziewcząt siedzi w ławce z chłopcami, to druga połowa dziewcząt siedzi w ławce z dziewczętami. Zatem liczba dziewcząt niesiedzących w ławce z chłopcami jest parzysta. Stąd wynika, że liczba wszystkich dziewcząt w klasie jest podzielna przez 4.

Gdyby udało się posadzić uczniów w ławkach tak, aby dokładnie połowa chłopców siedziała z dziewczętami, to analogiczne rozumowanie dowodzi, że liczba chłopców w klasie byłaby również podzielna przez 4. Zatem liczba wszystkich uczniów, czyli 30, byłaby podzielna przez 4. Sprzeczność.



Rozwiązanie zadania M 1130.

Kąty ACB i ADB są proste, bo są wpisane i oparte na średnicy AB (rysunek).



Czworokąt $ACED$ jest równoległobokiem. Zatem proste BC i DE są prostopadłe, a także proste CE i BD są prostopadłe. Stąd wynika, że punkt C jest punktem przecięcia wysokości w trójkącie BDE , a więc również proste CD i BE są prostopadłe.



Rozwiązanie zadania M 1131.

Połączmy wyrazy danego ciągu w pary

$$(a_1, a_2), (a_3, a_4), \dots, (a_{399}, a_{400}).$$

Par tych jest 200, więc zadanie będzie rozwiązane, jeśli wykazemy, że w co najwyżej dziesięciu z tych par oba wyrazy są liczbami pierwszymi.

Przyjmijmy zatem, że a_{2n-1} oraz a_{2n} są liczbami pierwszymi. Wówczas $d(a_{2n-1}) = 2$, a więc $a_{2n} = 2 + d(2n-1)$. Aby liczba a_{2n} była pierwsza, liczba $d(2n-1)$ musi być nieparzysta. To jednak jest możliwe jedynie wtedy, gdy liczba $2n-1$ jest kwadratem liczby naturalnej.

Wśród liczb 1, 3, 5, ..., 399 jest dokładnie 10 pełnych kwadratów. Zatem co najwyżej 10 spośród rozpatrywanych par zawiera oba wyrazy będące liczbami pierwszymi.

Patrz w niebo

W roku 2000 odkryto obiekt o jasności 24 mag, na pierwszy rzut oka wyglądający jak kolejny obiekt pozaneptunowy, których dziesiątki już zarejestrowano do tego czasu. Uzyskał symbol 2000 CR₁₀₅, ale już w nocy, gdy został odkryty, zauważono, że nie jest typowym członkiem Pasa Kuipera. Wyróżniał się mianowicie niezwykle powolnym ruchem na niebie, co mogło świadczyć o jego wielkiej odległości od Słońca. Obserwacje prowadzone w następnych miesiącach potwierdziły to podejrzenie. Okazało się, że 2000 CR₁₀₅ ma mocno wydłużoną orbitę z aphelium w odległości 400 j.a., zaś perihelium w odległości 44,5 j.a. (był tam w roku 1965). Jeden obieg po takiej orbicie trwa 3300 lat. Pojawiło się naturalne pytanie, jak mogło dojść do powstania tak dziwnej orbity.

Przede wszystkim 2000 CR₁₀₅ nie mógł zostać wyrzucony na 400 j.a. od Słońca przez Plutona, bo ma on zbyt małą masę, nie mógł też tego zrobić Neptun, gdyż zagadkowe ciało nawet w perihelium znajdowało się za daleko od niego. Wysłunięto kilka mniej lub bardziej prawdopodobnych (lub nieprawdopodobnych) hipotez. Jedna głosi, że orbita ta powstała jednak jako wynik oddziaływania najbliższych planet, oddziaływania wprawdzie bardzo słabego, ale trwającego może nawet miliard lat. Inna mówi, że to akurat Neptun w przeszłości znajdował się znacznie dalej od Słońca i mógł wtedy jakiś przypadkowy obiekt wprowadzić na taką przypadkową orbitę. Trzecia dopuszcza, że Pas Kuipera zawierał dawniej wiele ciał o masach planet i to one skierowały 2000 CR₁₀₅ na jego dziwną orbitę, zanim ich wzajemne oddziaływania nie powyrzucały ich samych z Pasa Kuipera. Wiadomo, że sondy Pioneer 10 i 11 nie spotkały, jak dotąd, za orbitą Neptuna żadnego obiektu o masie planety, jednak w 2003 roku odkryto w odległości około 100 j.a. obiekt oznaczony jako 2003 UB₃₁₃. Według niektórych oszacowań, gdyby obiekt ten odbijał 100% promieniowania, to powinien mieć przynajmniej rozmiary Plutona, dlatego szybko zyskał nazwę dziesiątej planety. Jeżeli zostanie to potwierdzone, to może oznaczać, że poza uznanymi obecnie granicami Układu Słonecznego ciała o masach planet są jednak do dziś.

Tomasz KWAST

Kwiecień

W kwietniowe wieczory dość nisko nad południowym horyzontem ciągnie się gwiazdozbiór Hydry, najdłuższy gwiazdozbiór nieba. W „głowie” Hydry znajduje się gwiazda epsilon o jasności 3,48 mag. Jest to gwiazda potrójna. Główny składnik ma jasność 3,79 mag. Obiega go po elipsie towarzysza o jasności 5 mag (wielka oś tej elipsy wynosi ponad 40 j.a.). Tę parę w odległości 360 j.a. obiega trzeci składnik o jasności 7,5 mag. Zważywszy, że odległość całego układu wynosi 100 pc, wszystkie trzy gwiazdy powinny być dostrzegalne z osobna przez dobry amatorski teleskop (przy bardzo dużym powiększeniu!), a w ciągu kilku lat powinna dać się zauważyć nawet zmiana konfiguracji składników. Tylko kto ma tyle cierpliwości?...

Wenus jest w Wodniku i widać ją przed wschodem Słońca. Mars jest na granicy Byka i Bliźniąt i wieczorem szybko zachodzi. Jowisz jest w Wadze, widać go więc przez całą noc. Saturn jest w Raku; wieczorem jest jeszcze dość wysoko i przed świtem zachodzi. Merkury znajdzie się najdalej od Słońca 8 IV i można go szukać przed wschodem Słońca. Pełnia Księżyca wypada 13 IV, a nów 27 IV. Księżyc zakryje Spikę 13 IV (zakrycie widoczne będzie w południowej Azji i w Australii), Antaresa 17 IV (widoczne w Ameryce Południowej) i Wenus 24 IV (widoczne w Ameryce Południowej i w Afryce). Około 21 IV można oczekiwać skromnego roju Lirydów (Lutnia wieczorem wschodzi na północnym wschodzie i jest widoczna przez całą noc).

T. K.