



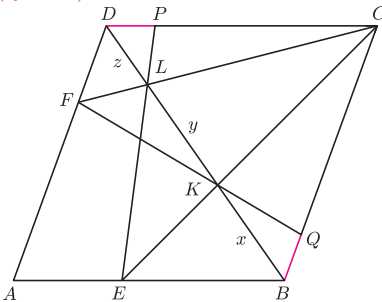
Rozwiązanie zadania M 1126.

Przyjmijmy, że liczba n jest dzielnikiem liczby m oraz $n < m$. Wtedy $n \mid m - n$. Ponadto $9 \mid m - n$, gdyż sumy cyfr liczb m i n są jednakowe. Liczby n i 9 są względnie pierwsze, ponieważ liczba n daje z dzielenia przez 3 resztę 1 . Zatem $9n \mid m - n$, co jest niemożliwe, gdyż $9n > m - n$ (liczba $10n$ jest ośmiocyfrowa, a zatem większa od m). Otrzymana sprzeczność dowodzi, że wśród uzyskanych liczb nie ma takich dwóch, z których jedna jest podzielna przez drugą.



Rozwiązanie zadania M 1127.

Wystarczy udowodnić, że $DP = BQ$ (rysunek).



Oznaczmy przez a długość boku rombu oraz niech $BK = x$, $KL = y$, $LD = z$. Na mocy twierdzenia Talesa mamy

$$\frac{DP}{BE} = \frac{z}{x+y} \quad \text{oraz} \quad \frac{BE}{CD} = \frac{x}{y+z},$$

$$\text{skąd } DP = \frac{axz}{(x+y)(y+z)}.$$

Analogicznie obliczamy długość odcinka BQ :

$$\frac{BQ}{DF} = \frac{x}{y+z} \quad \text{oraz} \quad \frac{DF}{BC} = \frac{z}{x+y},$$

$$\text{a zatem } BQ = \frac{axz}{(x+y)(y+z)}.$$

Stąd teza.



Rozwiązanie zadania M 1128.

Wykażemy, że taka funkcja nie istnieje. Przyjmijmy, że f jest funkcją spełniającą warunki zadania. Wstawiając $m = n = 1$, otrzymujemy $f(1) = 0$. Zatem $f(n) \geq 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 2$. W szczególności $f(2) \geq 1$ oraz $f(3) \geq 1$. Jeśli $k \geq 1$ jest ustaloną liczbą naturalną, to

$$\begin{aligned} f(m^k) &= f(m) + f(m^{k-1}) = \\ &= 2f(m) + f(m^{k-2}) = \dots = kf(m). \end{aligned}$$

Podstawmy $k = f(2)$, $m = 3$. Wtedy

$$\begin{aligned} f(3^{f(2)}) &= f(2) \cdot f(3) = \\ &= f(3) \cdot f(2) = f(2^{f(3)}). \end{aligned}$$

Skoro f jest różnowartościowa, to $3^{f(2)} = 2^{f(3)}$. Uzyskaliśmy sprzeczność.

Odpowiedź do pytania ze strony 6.

Ograniczoność: wystarczy rozważyć

$$A = \mathbb{R}^2, B = \{(0; 0)\}, C = \{(1; 1)\}.$$

Domkniętość: wystarczy rozważyć

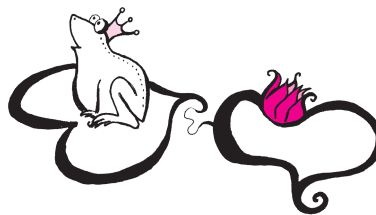
$$A = \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}, B = (0; 1), C = (0; 1).$$

Patrz w niebo

Ponad 50% galaktyk to galaktyki spiralne. W przypadkach, gdy struktura galaktyki jest niezakłócona, ramiona są dwa i w dobrym przybliżeniu mają kształt spirali logarytmicznej. Od dawna wiadomo, że ramiona galaktyk to tzw. fale gęstościowe, czyli miejsca, gdzie gwiazdy (i materia międzygwiazdowa) są akurat upakowane gęściej niż między ramionami, przy czym gwiazdy w tych falach nieustannie się wymieniają. Wynika to z faktu, że materia tworząca ramiona (czyli gwiazdy i materia rozproszona) podlega grawitacji własnej, grawitacji centralnego zgęszczenia galaktyki, biorąc zarazem udział w rotacji galaktyki. Taki dość skomplikowany mechanizm tłumaczy zarówno kształt ramion, jak i to, że są one ostatecznie strukturami bardzo trwałymi – stąd tak duża ilość galaktyk spiralnych.

Gdy Teleskop Hubble'a zaczął dostarczać wysokiej jakości zdjęcia galaktyk spiralnych, okazało się, że u wielu takich galaktyk w centralnej części (*bulge*) widać mnóstwo delikatnych spiralnych włókien gwiazd i materii międzygwiazdowej sięgających samego centrum galaktyki i gęsto wypełniających obszar całego „centralnego zgęszczenia”. Dla wyjaśnienia tych struktur wysunięto pomysł, że są to obrazy fal akustycznych. Modelowe obliczenia wykazały, że obiegające centrum galaktyki zgęszczenia gwiazd mogą rzeczywiście wywoływać zgęszczenia materii rozproszonej, wyciągające się w długie włókna zaginające się ku centrum. Zdaniem badaczy tego problemu rozwiązywałoby to jednocześnie zagadkę: czym żywi się czarna dziura w centrum aktywnej galaktyki? Dostarczanie jej materii z otoczenia łatwo jest sobie wyobrazić, gdy galaktyka jest zaburzona przez inną sąsiednią. Natomiast w galaktyce „normalnej” odpowiedzialne za to byłyby właśnie fale akustyczne, nieuchronnie generujące w różnych miejscach centralnego zgęszczenia fale uderzeniowe, a jako dalszy skutek – chaotyczne ruchy gazu, którego jakaś część musiałaby stale opadać na centralną czarną dziurę.

Tomasz KWAST



Marzec

Między dwiema bardzo jasnymi gwiazdami, Syriuszem i Procyonem, widocznymi w marcu na wieczornym niebie, leży gwiazdozbiór Jednorożca. Znajduje się w nim gromada otwarta gwiazd NGC 2244, o jasności 4,7 mag (czyli w zasadzie dostrzegalna gołym okiem), zawierająca niecałe 20 gwiazd i położona w odległości 5,8 pc. Gromada ta stanowi centrum pięknej mgławicy Rozeta, widocznej oczywiście dopiero na zdjęciach teleskopowych. W pobliżu znajduje się inna mgławica, Stożek, o jasności 4,4 mag i odległa o 1 kpc. Obie mgławice są aktywnymi obecnie obszarami gwiazdotwórczymi.

Wenus jest w Koziorożcu i wschodzi przed wschodem Słońca. W największej odległości od Słońca znajdzie się 25 III. Mars jest w Byku i widać go wieczorem w zachodniej części nieba. Jowisz jest w Wadze; wschodzi koło północy. Saturn jest w Raku; wieczorem znajduje się już dość wysoko na niebie i widać go do rana. Pełnia Księżyca wypada 15 III i nastąpi wtedy jego półcieniowe zaćmienie, z maksymalną fazą około godz. 1. Nów będzie 29 III i wtedy nastąpi całkowite zaćmienie Słońca, widoczne w Brazylii, Afryce, Turcji, południowo-zachodniej Rosji i północnej części Mongolii. Księżyc zakryje Spikę 17 III (widoczne z Hawajów i z najbardziej zachodniego skraju Ameryki Południowej) i Antaresa 21 III (widoczne z północno-wschodniego skraju Ameryki Południowej i południowego krańca Afryki). Wieczorem 20 III nastąpi równonoc wiosenna, a w nocy 25/26 III przechodzimy na czas letni.

T. K.