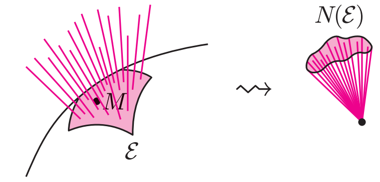
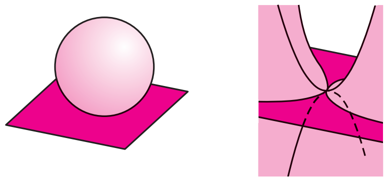


Rys. 13


Rys. 14

tzw. krzywiznę Gaussa. Żeby zrozumieć, o co chodzi, wyobraźmy sobie, że nasze baloniki pokryte są sierścią, czyli włoskami długości jeden, sterczącymi prostopadle do powierzchni. Weźmy teraz punkt M i mały fragment powierzchni wokół tego punktu o polu ε. Następnie zbierzmy ostrożnie włoski z tego fragmentu powierzchni i ułóżmy je tak, by wyrastały z jednego punktu, wciąż zachowując swój dawny kierunek (rys. 13). Wolne końce włosków wyznaczą nową niewielką powierzchnię o polu $N(\varepsilon)$. Możemy teraz określić krzywiznę Gaussa w punkcie M. Jej wartość bezwzględna jest równa granicy

$$K(M) = \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{N(\varepsilon)}{\varepsilon},$$

przy czym z grubsza biorąc znak plus mamy wtedy, gdy płaszczyzna styczna do powierzchni w punkcie M leży po jej jednej stronie jak deska na piłce, a z minusem, gdy płaszczyzna ta rozcina powierzchię, jak w przypadku siodła (rys. 14).

Okazuje się, że krzywizna Gaussa jest ściśle związana z charakterystyką Eulera–Poincarégo. Mówi o tym

Twierdzenie Gaussa–Bonneta. Sumując (ściślej: całkując) krzywiznę Gaussa po powierzchni i dzieląc przez 2π, otrzymujemy liczbę Eulera tej powierzchni

$$E = \frac{1}{2\pi}\int_X K(M)\mathrm{d}S.$$

Ci Czytelnicy, którzy nie wiedzą, jak się całkuje po powierzchni, mogą myśleć w ten sposób: wykonując powierzchnię balonu z papieru milimetrowego i w każdym milimetrowym kwadraciku wpisując średnią krzywiznę Gaussa w tym kwadraciku (jednostką jest milimetr), a następnie sumując wszystkie liczby, otrzymamy z bardzo dobrym przybliżeniem liczbę Eulera powierzchni balonika pomnożoną przez 2π.

W ten sposób od zabawy z balonem i mazakami można dojść do takiej matematyki, która raczej budzi szacunek.

Zadania

Redaguje Mikołaj KORZYŃSKI

F 651. Na szerokości geograficznej północnej Θ w kierunku północnym płynie rzeka o szerokości koryta L z prędkością v. Obliczyć różnicę poziomu rzeki na wschodnim i zachodnim brzegu spowodowaną siłą Coriolisa („hydrodynamiczny efekt Halla”).
Rozwiązanie na str. 12

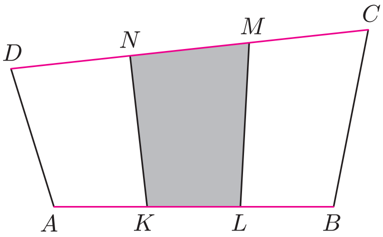
F 652. Jak wiadomo, dwa idealne, skrzyżowane polaroidy nie przepuszczają w ogóle światła. Pomiędzy nie wstawiamy N polaryzatorów skręconych o $\frac{\pi}{2(N+1)}$ jeden względem drugiego. Ile światła przepuszcza taki układ optyczny? Rozważyć granicę przy $N \to \infty$.
Rozwiązanie na str. 5

Redaguje Waldemar POMPE

M 1108. Rozwiązać w zbiorze liczb rzeczywistych układ równań $(n > 3)$

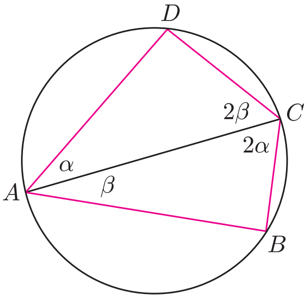
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = x_3 \\ x_2 + x_3 = x_4 \\ \dots\dots\dots \\ x_{n-2} + x_{n-1} = x_n \\ x_{n-1} + x_n = x_1 \\ x_n + x_1 = x_2 \end{cases}$$

Rozwiązanie na str. 4



Rys. 1

M 1109. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$. Punkty K i L dzielą odcinek AB na trzy równe części, a punkty M i N dzielą odcinek CD na trzy równe części (rys. 1). Wykazać, że pole czworokąta o wierzchołkach K, L, M, N jest równe 1/3 pola czworokąta $ABCD$.
Rozwiązanie na str. 16



Rys. 2

M 1110. W czworokącie wypukłym $ABCD$ wpisanym w okrąg (rys. 2) zachodzą równości $\sphericalangle ACB = 2\sphericalangle CAD$ oraz $\sphericalangle ACD = 2\sphericalangle BAC$. Dowieść, że $BC + CD = AC$.
Rozwiązanie na str. 16