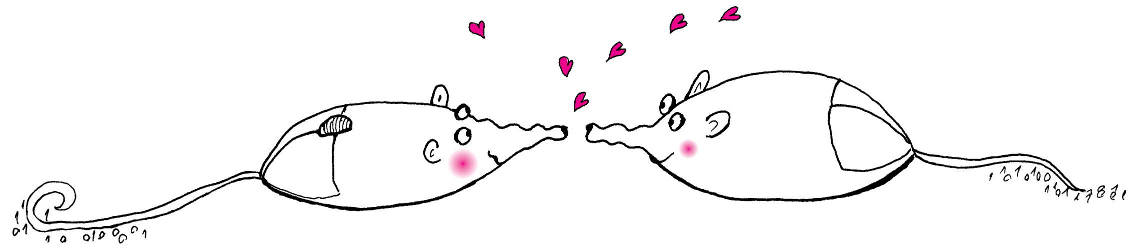
przypadek rozpatrywany wcześniej – zawsze można lepiej wyjść na niewykonywaniu tego ostatniego S, tylko pójściu na skróty. Jeśli więc S było wykonane dla liczby dodatniej, to tylko zwiększyło niepotrzebnie liczbę kroków konieczną do rozplątania. Dla operacji R jest jeszcze łatwiej, gdyż R^{2k} nic nie daje, a $R^{2k+1} = R$. Sensowne jest zatem wykonywanie jedynie pojedynczych R przetykanych S-ami. Podsumowując: R-y należy wykonywać tylko jednokrotnie, a S-y tylko dla liczb ujemnych. I tak właśnie działa nasz algorytm, więc dochodzi najszybciej do stanu końcowego.

Wiemy już, jak dojść do rozwiązania końcowego, pozostaje więc zliczyć, ile potrzebujemy ruchów. Jeśli algorytm wykonuje operację R, to zwiększamy licznik o 1, gdy zaś wykonuje S (właściwie ciąg operacji S), dodajemy do licznika $|\lfloor \frac{l}{m} \rfloor|$ (ułamek jest ujemny). Rzecz jasna, zakresy danych wymuszały implementację własnej arytmetyki umożliwiającej wykonanie tych działań.

Przy wykorzystywaniu dowodu lematu 2 widać, iż podczas zaplątywania operacja S zwiększa liczbę kroków algorytmu o co najwyżej 3. Liczba operacji S w ciągu wejściowym jest oczywiście nie większa niż jego długość. Złożoność czasowa algorytmu wynosi więc $O(n)$, gdzie n jest długością ciągu podanego na wejściu.

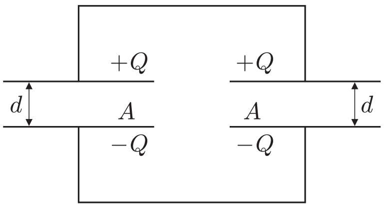
Zadanie to pokazuje, jak przywykli do myślenia abstrakcyjnego (liczby są wszak abstrakcyjne), a nie przywykli do plątania realnych węzłów, lepiej poruszamy się w świecie abstrakcji, choć przecież mogłoby być zupełnie odwrotnie: jakieś plemię biegłe w tańcach gordyjskich mogłoby tłumaczyć dzieciom liczby wymierne w drugą stronę. Patrz synku! Liczba $\frac{1}{2}$ to tak, jakbyś zrobił $SSRS\ldots$



Zadania

Redaguje Mikołaj KORZYŃSKI

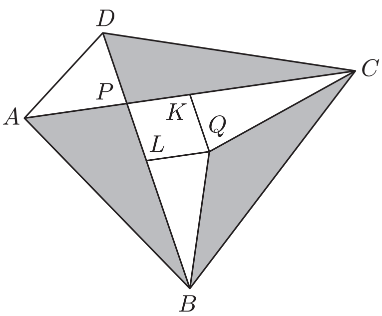
F 649. Zasada zachowania energii oraz pędu zabrania zamiany fotonu w parę elektron – pozyton. Taka przemiana jest jednak możliwa, jeśli w reakcji uczestniczy inna, ciężka cząstka o masie M. Jaka minimalna energia fotonu jest potrzebna, by reakcja zaszła? Masę elektronu m_e traktować jako daną.
Rozwiązanie na str. 22



Rys. 1

F 650. Dwa identyczne kondensatory płaskie o powierzchni płytek A i ładunku Q oraz odległości między płytkami d połączone są jak na rysunku 1. Zmniejszamy odległość między płytkami jednego z kondensatorów. Jak zmienia się energia całkowita układu? Porównać z sytuacją pojedynczego naładowanego kondensatora. Ile wynosi siła przyciągania okładek kondensatora?
Rozwiązanie na str. 22

Redaguje Waldemar POMPE



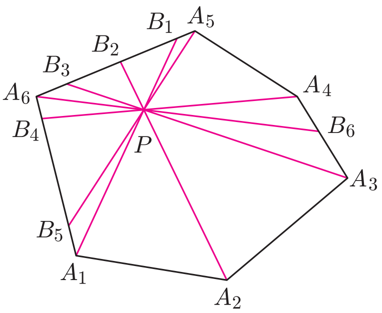
Rys. 2

M 1105. Przekątne AC i BD czworokąta wypukłego $ABCD$ przecinają się w punkcie P. Punkty K i L są odpowiednio środkami przekątnych AC i BD (rys. 2). Punkt Q jest takim punktem, że czworokąt $KPLQ$ jest równoległobokiem. Udowodnić, że

$$[ABP] + [CDP] = 2\,[BCQ]\,,$$

gdzie $[XYZ]$ oznacza pole trójkąta XYZ.
Rozwiązanie na str. 18

M 1106. Danych jest dziesięć liczb naturalnych dwucyfrowych. Dowieść, że spośród tych liczb można wyłonić dwa takie różne podzbiory, że sumy liczb w obu podzbiorach są jednakowe.
Rozwiązanie na str. 22



Rys. 3

M 1107. Punkt P leży wewnątrz $(2n)$-kąta wypukłego $A_1A_2\ldots A_{2n}$ i nie należy do żadnej z jego przekątnych. Proste $A_1P, A_2P, \ldots, A_{2n}P$ przecinają obwód danego wielokąta po raz drugi w punktach $B_1, B_2, \ldots, B_{2n}$ (zob. rys. 3 dla $n = 3$). Wykazać, że na pewnym boku danego $(2n)$-kąta nie leży żaden z punktów B_i.
Rozwiązanie na str. 24