nie upoważnia go do wrzucenia kartki. Gdyby bowiem miał na głowie kolorową czapeczkę, to wynikiem dekodowania byłoby słowo 101, co nie jest numerem miejsca, na którym on stoi. Gdyby miał na głowie czapeczkę białą, to wynikiem dekodowania byłoby słowo 011, co też nie jest jego miejscem. Kartkę wrzuci krasnoludek stojący na trzecim bądź na piątym miejscu, w zależności od tego, czy Mędrek będzie miał czapeczkę białą czy kolorową. Biedny Mędrek, znów nie będzie mógł się wykazać...

A co będzie, jeśli Śnieżka wymyśli więcej rodzajów czapeczek? Co ma zrobić teraz Mędrek, gdy królewna przygotowała białe, kolorowe i pasiaste czapeczki, a jego koledzy zostali ubrani w następujący sposób.

Rys. 16

Można udowodnić, i nie jest to trudne, że jeżeli jest q różnego rodzaju czapeczek na głowach n osób, to prawdopodobieństwo p popełnienia błędu przy dowolnej strategii postępowania spełnia nierówność[viii]

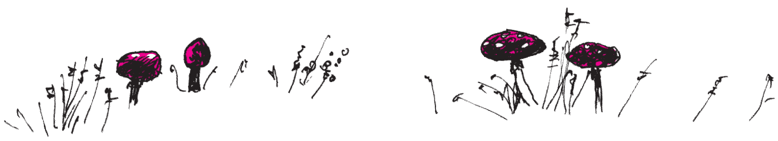
$$p \geqslant \frac{q-1}{n+q-1}.$$

W pracy N. Alon, *Problems and Results in Extremal Combinatorics – II*, dostępnej w Internecie, udowodniono, że istnieje metoda, która gwarantuje, że to prawdopodobieństwo nie przekracza liczby

$$\frac{1+(q-1)\log n}{n} + \left(1-\frac{1}{q}\right)^n.$$

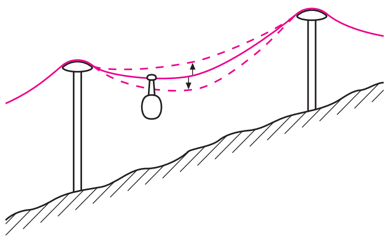
Niestety, dowód jest nieefektywny i nie wskazuje, jak to zrobić.

[viii] Metoda, którą przedstawiliśmy dla $q=2$, jest optymalna, bo wtedy $p = 1/(n+1)$, a więc zachodzi równość.



Zadania

Redaguje Mikołaj KORZYŃSKI

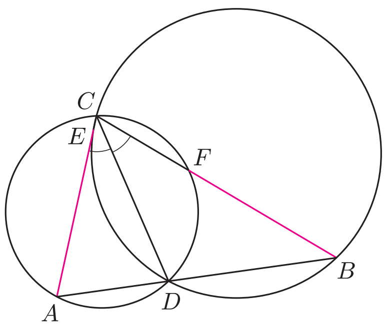


Rys. 1

F 647. Kolejka gondolowa, gdy nie jedzie, często huśta się razem z liną (rys. 1), pod wpływem wiatru bądź z powodu gwałtownego zatrzymania. Kiedy jednak porusza się, chociażby z niewielką prędkością, huśtanie niemal nie występuje. Wyjaśnić to zjawisko.
Rozwiązanie na str. 12

F 648. W słoneczny dzień w odległości d od obserwatora leży płat śniegu o powierzchni A. Obserwator dostrzega na śniegu k odbłysków światła słonecznego. Ocenić gęstość rozmieszczenia drobinek śniegu na powierzchni płata. Jako rozmiar kątowy Słońca przyjąć α.
Rozwiązanie na str. 16

Redaguje Waldemar POMPE



Rys. 2

M 1102. W trójkącie ABC dwusieczna kąta ACB przecina bok AB w punkcie D (rys. 2). Okręgi opisane na trójkątach BCD i ACD przecinają boki AC i BC odpowiednio w punktach E i F. Wykazać, że $AE = BF$.
Rozwiązanie na str. 13

M 1103. Ciąg $p_1, p_2, \ldots$ jest określony następująco: $p_1 = 2$, a dla $n \geqslant 1$ liczba p_{n+1} jest największym dzielnikiem pierwszym liczby $p_1 p_2 \ldots p_n + 1$. Udowodnić, że w ciągu tym nie występuje liczba 5.
Rozwiązanie na str. 12

M 1104. Dany jest wielokąt wypukły o polu 1. Wykazać, że wielokąt ten można nakryć trójkątem o polu 4.
Rozwiązanie na str. 3