

II. Niech M' oznacza masę ciała B po akcie pochłonięcia. Z góry bierzemy tu pod uwagę możliwość zwiększenia masy po pochłonięciu energii E (jest to konieczne na to, aby ostateczny wynik naszych obliczeń był niesprzeczny). Wobec tego pęd układu po akcie pochłonięcia będzie równy

$$M'v.$$

Skorzystamy wreszcie z zasady zachowania pędu dla składowych wzdłuż osi z . Daje to związek

$$Mv + \frac{E}{c^2}v = M'v$$

lub

$$M' - M = \frac{E}{c^2}.$$

Związek ten wyraża prawo równoważności energii i masy. Zwiększenie energii o E wiąże się ze wzrostem masy o $\frac{E}{c^2}$. A wobec tego, że energię określa się zazwyczaj z dokładnością do stałej addytywnej, więc tę ostatnią możemy wybrać tak, aby zachodził związek:

$$E = Mc^2.$$

Ponieważ dla $\frac{v}{c} \rightarrow 0$ transformacja Lorentza przechodzi w klasyczną transformację Galileusza, więc i wyrażenie na pęd ciała ma dla małych prędkości postać klasyczną. Związek $E = pc$, spełniony dla świetlnej paczki falowej, może być udowodniony przy pomocy transformacji Lorentza i zasady względności bez uciekania się do równań Maxwella. Dowód jest elementarny, choć dosyć długi.



Zadania

Redaguje Mikołaj KORZYŃSKI

F 645. Oszacować minimalną moc silnika nieruchomo unoszącego się w powietrzu śmigłowca o masie $M = 2000$ kg, promieniu wirnika $r = 5$ m, w powietrzu o gęstości $\rho = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Dla uproszczenia założyć, że wirnik tworzy skierowaną pionowo w dół strugę powietrza o jednorodnym rozkładzie prędkości i o przekroju koła o promieniu r , oraz pominąć mały wirnik w ogonie. Rozwiązanie na str. 2

F 646. W silniku pewnej rakiety stała ilość spalin ΔM jest wyrzucana w czasie Δt do tyłu ze stałą prędkością u względem rakiety. Pokazać, że przyspieszenie rakiety rośnie wraz z ubytkiem paliwa. Czy tak samo rośnie moc silnika P ? Rozwiązanie na str. 3

Redaguje Waldemar POMPE

M 1099. Liczby dodatnie a, b spełniają warunek $2a + 3b = 12$. Wykazać, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ zachodzi nierówność

$$\left(\frac{a}{3}\right)^n + \left(\frac{b}{2}\right)^n \geq 2.$$

Rozwiązanie na str. 2

M 1100. Dwusieczna kąta BAC trójkąta ABC przecina bok BC w punkcie D (rys.). Prosta przechodząca przez punkt D i prostopadła do dwusiecznej kąta ACB przecina dwusieczną kąta ABC w punkcie K . Udowodnić, że $AK = DK$. Rozwiązanie na str. 6

M 1101. Największy wspólny dzielnik liczb całkowitych dodatnich a i b jest równy 1. Dowieść, że największy wspólny dzielnik liczb $a + b$ i $a^2 + b^2$ nie przekracza 2.

Rozwiązanie na str. 7

