

# Albert Einstein – praca o ruchach Browna z 1905 roku

*Bogdan CICHOCKI*

Historia ruchów Browna jest niezwykle pasjonująca. Jest to historia zmagania mających na celu wyjaśnienie tajemniczego zjawiska, jakie odkrył w 1827 roku szkocki botanik Robert Brown. Patrząc przez mikroskop na zawieszoną drobnymi cząstkami o rozmiarach rzędu 1  $\mu\text{m}$  i mniej zauważył on, że cząstki te wykonują dziwne nieregularne ruchy (wygląda to jakby się trzęsły). Po wykonaniu w miarę systematycznych badań tych ruchów i wyeliminowaniu szeregu możliwych przyczyn Brown doszedł do wniosku, że cząstki te poruszają się „same z siebie”. To już wtedy było nie do zaakceptowania przez fizyków. Sytuacja stała się jeszcze bardziej trudna, gdy w latach czterdziestych i pięćdziesiątych XIX wieku ostatecznie sformułowano zasady termodynamiki. Zgodnie z tymi zasadami nie jest możliwe skonstruowanie perpetuum mobile I i II rodzaju. Cząstki zawiesiny nie mogą zatem ruszać się same z siebie. Jednak ruszały się pomimo wysiłków wielu eksperymentatorów by im to „uniemożliwić”. Był jeszcze jeden problem eksperymentatorów – mieli poważne kłopoty z ilościowym opisem ruchów Browna. Stwierdzali wprawdzie, że cząstki o rozmiarach rzędu 1  $\mu\text{m}$  przesuwały się o około 1  $\mu\text{m}$  w ciągu sekundy, ale nie byli w stanie zmierzyć precyzyjnie prędkości tych cząstek. Używali jedynie subiektywnego pojęcia intensywności tych ruchów – w zależności od warunków (np. temperatury) cząstki poruszały się według nich bardziej lub mniej intensywnie. Stosunkowo wcześniej (ok. 1860 r) wysunięto hipotezę, że ruchy te pojawiają się na skutek zderzeń atomów płynu z cząstką zawiesiny. Tyle tylko, że nie przedstawiono żadnej sensownej teorii ilościowej tego zjawiska, a o realności atomów przekonani byli wtedy bardzo nieliczni. Przełom nastąpił w latach 1905–1906 za sprawą Alberta Einsteina i Mariana Smoluchowskiego. W kilku wzajemnie uzupełniających się pracach przedstawili pełne wyjaśnienie zagadki ruchów Browna. Po potwierdzeniu doświadczalnym ich wyników społeczność fizyków ostatecznie zaakceptowała fakt istnienia atomów. O osiągnięciach naszego rodaka na tym polu pisaliśmy w specjalnym numerze Deltę 12 (1997). Tutaj omówimy pierwszą pracę Alberta Einsteina na ten temat, pracę wydaną w 1905 roku.

O ruchach Browna Einstein wspomina w swojej pracy tylko raz. We „Wstępie” stwierdza, że być może nieregularne ruchy cząstek, o których będzie pisał dalej są ruchami odkrytymi przez Roberta Browna, ale nieprecyzyjna wiedza nie pozwala mu na zajęcie stanowiska w tej sprawie. Jednak struktura pracy i jej treść przeczą temu stwierdzeniu. Wskazują one na to, iż Einstein doskonale wiedział, że jego rozważania dotyczą właśnie tego zjawiska. Jasny jest na przykład ostateczny cel pracy – znaleźć wielkość, która charakteryzowałaby wspomniane ruchy, czyli to co najbardziej bolało eksperymentatorów. Cel ten Einstein osiąga rozpatrując kolejno cztery zagadnienia, o których pokrótce.

Swoje rozważania rozpoczyna od analizy zjawiska ciśnienia osmotycznego. Przedzielmy naczynie na dwie części umieszczając w nim błonę półprzepuszczalną, przez którą może przenikać rozpuszczalnik, ale nie może substancja rozpuszczona. Jeżeli następnie w jednej części będzie czysty rozpuszczalnik, a w drugiej roztwór to pojawi się różnica ciśnień pomiędzy obu częściami zwana ciśnieniem osmotycznym. Z takim samym zjawiskiem mamy do czynienia, gdy zamiast roztworu będzie zawiesina. Einstein zauważa, że zjawiska tego nie ma, gdy nie ma cząstek zawiesiny. Nie ma również, gdy nie ma płynu. Zatem nieregularne ruchy cząstek (spowodowane obecnością płynu!) są bezpośrednią przyczyną ciśnienia osmotycznego. Następnie idzie dalej stwierdzając, że na zawieszinę można spojrzeć tak jak na gaz składający się z atomów i można zastosować te same narzędzia, które prowadzą np. do prawa gazu doskonałego w przypadku gazów dostatecznie rozrzedzonych. W ten sposób wprowadza prawo:

$$p = \frac{RT}{N_A}n$$

gdzie  $p$  – ciśnienie osmotyczne,  $R$  – stała gazowa,  $N$  – liczba Avogadra,  $T$  – temperatura bezwzględna i  $n$  – koncentracja (liczba cząstek w jednostce

objętości). Jest to znane ówczśnie prawo van't Hoffa, ale Einstein nie wspomina o tym (nie był bowiem skory do cytowania kogokolwiek).

W następnym kroku rozważa sytuację, w której na cząsteczki działa stała siła  $K$  np. w kierunku  $x$ . Wtedy koncentracja cząstek  $n$  w stanie równowagi zależy od położenia  $x$ . Zależność ta dana jest przez tzw. wzór barometryczny. Einstein wyprowadza go z zasady minimum energii swobodnej i zapisuje w postaci równości:

$$(1) \quad K_n - \frac{RT}{N_A} \frac{\Delta n}{\Delta x} = 0$$

gdzie  $\Delta n$  jest zmianą koncentracji cząstek na odległości  $\Delta x$ .

Teraz Einstein zauważa (i jest to jego trzeci krok), że ta równość musi być zgodna z warunkiem równowagi dynamicznej. Mianowicie, jeżeli na dostatecznie małe cząstki o promieniu  $a$  umieszczone w płynie o lepkości  $\eta$  działa stała siła  $K$  to zgodnie z prawem Stokesa poruszają się będą one z prędkością

$$\frac{K}{6\pi\eta a}$$

To prowadzioby do zagęszczania się cząstek w kierunku działania siły. Wtedy jednak na skutek zjawiska dyfuzji pojawi się przepływ cząstek w przeciwnym kierunku. W procesie dyfuzji liczba cząstek przepływająca w jednostce czasu przez jednostkę powierzchni jest równa

$$D \frac{\Delta n}{\Delta x},$$

$D$  – współczynnik dyfuzji. W stanie równowagi efekty obu procesów muszą się zniósć i musi zatem zachodzić równość:

$$(2) \quad \frac{K}{6\pi\eta a} n - D \frac{\Delta n}{\Delta x} = 0$$

Porównanie (1) i (2) daje bardzo ważny wynik dla współczynnika dyfuzji zawiesziny:

$$D = \frac{RT}{N_A} \frac{1}{6\pi\eta a}$$

Wynik ten wykorzystał Einstein w swoim doktoracie do wyznaczenia liczby Avogadra. W omawianej pracy poszedł jednak w innym kierunku. Stwierdził mianowicie, że proces wyrównywania się koncentracji cząstek (czyli proces dyfuzji) odbywa się na skutek nieregularnych ruchów cząstek zawiesziny. Ruchy te można spróbować opisać wykorzystując rachunek prawdopodobieństwa. Przyjął, że ruchy oddzielnych cząstek są od siebie niezależne. Następnie, że przesunięcia wybranej cząstki w nie przekrywających się przedziałach czasu są również statystycznie niezależne. Wprowadzając te założenia używał magicznych słów typu „oczywiste”, „proste”, „jak łatwo pokazać” itp. Dzisiaj wiemy, że nie jest to takie oczywiste i założenia te wymagają głębszego uzasadnienia. Jednak o ile je przyjmiemy to rzeczywiście dość prosto można wykazać (Einstein uczynił to w trzech posunięciach), że zachodzi związek:

$$\langle (\Delta x(t))^2 \rangle = 2Dt$$

gdzie  $\Delta x(t)$  jest zmianą w czasie  $t$  składowej  $x$  położenia cząstki, zaś nawias oznacza średnią. W ten sposób Einstein doszedł do wzoru, który wskazywał jak należy „mierzyć” intensywność ruchów Browna. Eksperymentalne potwierdzenie tego wzoru stało się punktem przełomowym w procesie „powołania atomów do życia” (jak to sformułował Mark Kac). Tyle tylko, że Einstein nie wspominał słowem o ruchach Browna omawiając ten wynik. Dociekliwy czytelnik końcowej części jego pracy może jednak zauważyć, że dziwnym trafem znajduje się tam wyliczenie na podstawie wzoru (3) średniego przesunięcia cząstki o rozmiarach 1  $\mu\text{m}$  w ciągu jednej sekundy w warunkach typowego eksperymentu. Einsteinowi wyszło, że jest ono ok. 0,6  $\mu\text{m}$ . I za to go podziwiamy, a na resztę spuścimy zasłonę.