

# Matematyka jako literatura

Michał SZUREK

Michał Szurek, Instytut Matematyki,  
Wydział Matematyki, Informatyki  
i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego

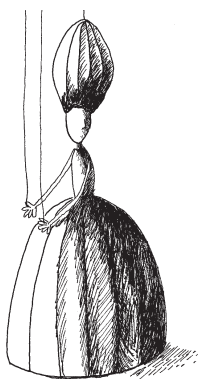
## 1. Matematyka dostarcza wątków literackich.

Jest to temat na najzupełniej poważną pracę; choć raczej nie pracę naukową. Omówię to w sms-owym skrócie (telegramów poczta już nie przyjmuje). W języku potocznym używamy na co dzień kilku czy kilkunastu zwrotów matematycznych. Jeśli coś wiemy na pewno, możemy to podkreślić, mówiąc, że jest to *pewne jak dwa a dwa cztery*. Rzecz niemożliwa do wykonania, osiągnięcia, urzeczywistnienia to *kwadratura koła*, a bardzo przybliżone rachunki to *pi razy oko*. Jeżeli nasz mały synek chce zobaczyć, co jego zabawka ma w środku, to *rozłoży ją na czynniki pierwsze*. Człowiek *prostoliniwny* z pewnością ułoży sobie z każdym stosunki na  *płaszczyźnie porozumienia*. Niekiedy możemy za pomocą matematyki wyrazić to, co bez niej przekazać jest bardzo trudno:

*Dlaczego sobie Pani ze mnie kpi?  
Cierpieniom moim niech nadejdzie kres,  
Siła mojej miłości równa się  $\pi$   
Pomnożone przez  $\sqrt{\frac{2(P+Q)(l^2+a^2)+Gy^2}{sg(2(P+Q)a+Gs)}}$*   
(Julian Tuwim)

Ale używając alegorii matematycznych, można niekiedy wyrazić głębszą myśl. Odgrodzenie się od świata za pomocą matematyki – choć wyeksploatowane niemal jak rym Tatry-wiatry – może przybierać groteskowe formy (jak u Kornela Makuszyńskiego, *Szatan z siódmej klasy*, gdzie Iwo Gąsowski próbuje rozwiązać równanie Fermata).

Bardzo udatnie wykorzystał liczby zespolone Robert Musil – posiadający przecież wykształcenie



Może się wydawać, że w tytule artykułu jest pomyłka. Co może mieć wspólnego matematyka z literaturą? Czy sztywna, zimna matematyka, w której nie ma miejsca na różnicę zdań na temat prawdziwości dawno udowodnionych twierdzeń, nie jest pod każdym względem przeciwieństwem humanistyki, w której nic nie jest do końca precyzyjnie zdefiniowane i rozwój polega w dużej mierze na ścieraniu się poglądów? Czy fikcja literacka nie jest przeciwieństwem prawdy matematycznej?

Stosuję niekiedy w swoich wykładach pewien trick. Zaczynam mianowicie zdanie: „Matematyka, jako nauka humanistyczna. . .”, zawieszam głos i czekam na reakcję. Wcześniej czy później ktoś zawsze zaprotestuje: przecież matematyka jest nauką ścisłą! „Tak jest”, odpowiadam, „jest to jedyna humanistyczna nauka ścisła”. O tej dualności matematyki my, matematycy, wiemy bardzo dobrze. Warto, żeby wiedzieli o tym i wszyscy inni. Warto, żeby przedstawiciele nauk uznawanych tradycyjnie za humanistyczne uczyli się czegoś od nas. . . i na odwrót; my od nich. Zaczniemy od narzucających się, dość płytkich analogii.

matematyczne – do opisu roli intuicji i wiary (nie mówię o sensie religijnym) w procesie twórczym. W powieści „Niepokoje wychowanka Törlessa” nauczyciel tak charakteryzuje swego ucznia:

*„. . . Törless odszukał mnie kiedyś, by prosić o wyjaśnienie pewnych zasadniczych pojęć matematycznych, w tym również liczb urojonych, które niewyszkolonemu umysłowi istotnie mogą sprawiać trudności. Muszę nawet przyznać, że wykazywał przy tym niezaprzeczalną bystrość umysłu, jednak z istną manią wyszukiwał tylko takie rzeczy, które w pewnej mierze zdają się oznaczać lukę w przyczynowości naszego myślenia – przynajmniej dla niego. (. . .) Powiedziałem, że w tych wypadkach wydaje mi się, iż samym myśleniem nie możemy przejść na drugą stronę, lecz potrzebujemy jakiejś innej, wewnętrznej pewności, która nas na tamtą stronę przeniesie.*

(cyt. według przekładu Wandy Kragen, Wydawnictwo Literackie, Kraków 1993).

Sam Törless mówi do kolegi:

*„Pomyśl sobie: w takim rachunku występują z początku całkiem solidne liczby, które mogą przedstawiać metry, ciężary lub coś innego, równie realnego, i przynajmniej są prawdziwymi liczbami. Przy końcu rachunku też są takie liczby. Ale te liczby łączy coś, czego nie ma. Czy to nie jest jak most, w którym jest tylko pierwsze i ostatnie przeszło, a przez który przechodzi się mimo to tak pewnie, jak gdyby stał cały? Dla mnie w takim rachunku jest coś, co powoduje zawrót głowy, jak gdyby kawałek drogi prowadził Bóg wie dokąd?”.*

## 2. Metafizyczna siła przyciągająca matematyki.

W eseju *Matematyk i mistyk* (w tomie *Mini wykłady o maxi sprawach*, wyd. Znak 1997–1999) Leszek Kołakowski przyznaje najpierw, że nie wie, co to jest całka ani nie pamięta już, co to sinus, potem daje jednak dowód, że doskonale rozumie, o co chodzi w matematyce.

*Na pośmiewisko łatwo może się wystawić ten, kto matematykiem ani mistykiem nie będąc, zabiera się do rozważań na temat stosunku między matematyką a mistyką. [. . .]. Z drugiej strony jest w matematyce rodzaj metafizycznej siły przyciągającej, która z nauką, a tym bardziej z umiejętnością rozwiązywania równań, nic wspólnego nie ma, a która – rzecz podziwienia godna – pokrewna jest tej sile, jaka promieniuje ze znanych nam przekazów doświadczenia mistycznego.*

A jako ilustracja tej „metafizycznej siły przyciągającej” niech posłuży wyimek z powieści Igora Neverly’ego *Zostało z uczt bogów*:



- *Matematyka?* – *spytałem.* – *Ty lubisz matematykę?!*
- *Ogromnie. W szkole pomagałam koleżankom nawet ze starszych klas, a teraz tak sobie czytam dla przyjemności, rozwiązuję. To piękne.*
- *Co, mianowicie?*
- *A chociażby binom Newtona.*
- *Ależ to koniec algebry, zadanie maturalne! Na tym piekielnym binomie, słyszałem, najczęściej obcinają, ja jeszcze do tego nie doszedłem, a ty tak sama? Byłaś w gimnazjum? W której klasie?*
- *W piątej, trzy lata temu. . .*

*Podczas kolacji i potem, gdy robiła sobie posłanie na podłodze pod oknem, zdołałam powypytywać i wydobyć sporo innych szczegółów z jej życia, nie podważały jednak w niczym zdumienia – Nadia i binom! – nie pomniejszały kontrastu – hoża, czarnobrewa, z wiejska wyglądająca dziewczyna i ta jej matematyka, ze wszystkich nauk najbardziej dla mnie antypatyczna, kojarząca się zawsze z Antypodą. Czytuje stroniczki algebry dla przyjemności, coś podobnego! A powieści, spytałem, a poezje? Owszem, odrzekła, ale to przecież same słowa. – Ty wolisz znaki? – Naturalnie, tu się czuje rzeczy prawdziwe i wieczne. . .*

### 3. Figury stylistyczne w matematyce.

Nie należy też całkiem poważnie traktować następujących dwóch przejawów obecności teorii literatury w matematyce. Językoznawcy skłaniają się do poglądu, że sam język jest ze swej natury metaforyczny, że to, co uważamy w nim za *naturalne*, jest tylko figurą retoryczną, przenośnią, której figuratywność dawno już poszła w zapomnienie. Ponieważ w matematyce nic nie może być oparte na niedopowiedzianych przesłankach, metafora musi stać się natychmiast metonimią. Często spotykany w podręcznikach matematyki zwrot

$$\text{linia prosta } ax + by + c = 0$$

nie jest metaforą, lecz dzięki odkryciom Kartezjusza – właśnie metonimią. Dla samych matematyków zaskoczeniem będzie zaś to, że nadzwyczaj często używają synekdochy. Otóż dowiadujemy się w szkole, że trójkąt to część płaszczyzny ograniczona trzema odcinkami, przecinającymi się w trzech punktach. Więc zwrot „trójkąt ABC” to klasyczna synekdocha, *pars pro toto*, część zamiast całości. Często sama możliwość użycia takiej figury retorycznej musi być poprzedzona dowodem poprawności: płaszczyzna jest wyznaczona przez trzy punkty, mając trzy wysokości, można skonstruować trójkąt i tak dalej.

### 4. Matematyka jako hermeneutyka.

W literaturoznawstwie są dwie zasadniczo odmienne metody: poetyka i hermeneutyka. Można w badaniach matematycznych dopatrywać się jednej i drugiej. Poetyka to badanie, dlaczego dany tekst wpływa na czytelnika tak, a nie inaczej. Co powoduje, że tekst jest „lekki”, „dramatyczny”, „ironiczny”? Hermeneutyka zagląda pod podszewkę tekstu – próbujemy znaleźć ukryte interpretacje i na nowo odczytać zawarte w tekście myśli. Jeśli zatem zastanawiam się, dlaczego twierdzenie Pitagorasa jest ważne, to zbliżam się do poetyki. Wchodzimy w obszar hermeneutyki wtedy, gdy formułę Pitagorasa uogólniamy na przykład na trójkąty sferyczne lub na trójkąty w przestrzeniach funkcyjnych, albo gdy badamy samą *formę algebraiczną*  $a^2 + b^2 = c^2$ .

### 5. Wszystko jest w Księdze.

Nieco poważniej można potraktować alegorię „matematyka jako obraz Księgi”. Od pewnego bowiem czasu wśród matematyków robi karierę powiedzenie Pála Erdősa:

*Pan Bóg ma pozaskończoną Księgę, w której zapisane są wszystkie dowody i gdy jest dla nas szczególnie łaskawy, pokazuje nam jej mały fragment. Myślę, że nawet nie trzeba wierzyć w istnienie Boga, a tylko w istnienie tej Księgi.*

Pojawiają się więc książki o dowodach z *Księgi*, o liczbach z *Księgi*.

O algorytmach z *Księgi* jeszcze nie słyszałem, choć niewątpliwie algorytm Euklidesa na wyznaczanie największego wspólnego dzielnika dwu liczb naturalnych na pewno by wszedł do takiego spisu.



#### Rozwiązanie zadania M 1097.

Oznaczmy  $d = \text{NWD}(a, b)$ . Wykażemy, że  $a = d^2$ .

Ponieważ liczba  $d^2$  jest dzielnikiem liczby  $ab$ , więc  $d^2$  jest również dzielnikiem liczby  $a^2 + b^2 + a$ . Ponadto  $d^2 \mid a^2 + b^2$ , skąd uzyskujemy podzielność  $d^2 \mid a$ .

Z drugiej strony, liczba  $a^2 + b^2 + a$  jest podzielna przez  $a$ , skąd wynika, że  $a \mid b^2$ . Zatem liczba  $a$  jest wspólnym dzielnikiem liczb  $a^2$  i  $b^2$ , skąd wniosek, że  $a$  jest dzielnikiem liczby  $\text{NWD}(a^2, b^2)$ , czyli  $a \mid d^2$ . W efekcie  $a = d^2$ .

## 6. Fikcja i zawieszenie niewiary.

Najważniejsza i zasadnicza analogia to jednak podobieństwo fikcji literackiej do fikcji matematycznej. Twory matematyczne powstają w naszych, ludzkich umysłach i – przynajmniej według kierunku filozoficznego zwanego nominalizmem – nie mają innej racji bytu.

... my, panie,  
o idealnym mówiliśmy kole,  
Bez względu, jakie ma zastosowanie:  
Czy kto zeń pierścień ślubny lub niewolę  
Czy kto triumfu ark, kościoła banie  
Lub do zegarka łańcuch zeń utworzy.  
Cyprian Kamil Norwid („Promethidion”)

Thomas Kuhn w latach sześćdziesiątych XX wieku wprowadził pojęcie paradygmatu. Można powiedzieć, że jest to zbiór idei lub procedur, które implicite mówią naukowcom, w co wierzyć i jak pracować. Dając dowód niezrozumienia, o co chodzi w matematyce, Kuhn wypowiada pogląd, że nie niesie ona znaczenia, że składa się z reguł syntaktycznych bez żadnej treści semantycznej. Podobne zdania wypowiadają niekiedy również sami matematycy i trudno uwierzyć, że... sami w to wierzą. Jeżeli matematyk twierdzi z całą powagą, że Królowa Nauk to tylko przekształcanie napisów na kartce papieru/tablicy/ekranie komputera – i jednocześnie zajmuje się tym z pasją – to może powinien zastanowić się, czy nie jest... zmęczony psychicznie?

Najsilniejszym filozoficznym aspektem łączącym bardzo ściśle matematykę i literaturę stanowi koncepcja „zawieszenia niewiary”. Nawiązuje ona do fikcji –

Może zrozumiemy to, prześledziwszy sposób, w jaki do matematyki zostały wprowadzone liczby urojone. Można powiedzieć, że liczba urojona jest pierwiastkiem kwadratowym z liczby ujemnej. „Takie liczby nie istnieją” odpowie chyba każdy. Nieprawda. Prawdą jest tylko, że nie ma takich liczb *rzeczywistych*.

## 7. Równania kwadratowe i zawieszenie niewiary.

Zawieszenie niewiary przynosi dobre rezultaty przy rozwiązywaniu równań kwadratowych. Chcąc rozwiązać równanie kwadratowe  $x^2 + 10x + 21 = 0$ , przepisuję je w postaci  $x^2 + 10x = -21$ . Robię rysunek, na którym „widzę”, że pole pewnej figury jest równe minus 21. Nie ma to sensu? Tak, ale zawieszamy niewiarę. Przyjmijmy, że jednak sens to ma. Wykonamy obliczenia... i wyjdzie nam coś interesującego: dobre, prawdziwe pierwiastki naszego równania kwadratowego. Skoro zatem „to działa”, to może nie jest bez sensu? I na tym – zdaniem autora tego artykułu – polega ścisła analogia między matematyką a literaturą. Gdy czytamy o Sherlocku Holmesie, wiemy, że nigdy nie istniał... i chętnie zawieszamy naszą niewiarę. Pierwiastka kwadratowego z liczby ujemnej wyciągnąć się nie da..., ale jeżeli zawiesimy niewiarę, to otrzymamy prawdziwe, porządne pierwiastki. Dla równań stopnia trzeciego zawieszenie niewiary (tj. wprowadzenie liczb urojonych) jest jedynym sposobem wyprowadzenia wzorów na pierwiastki.

## 8. Niebo gwiazdziste nade mną, prawo moralne we mnie.

Niewiele jest przesady w powiedzeniu, że koncepcja zawieszenia niewiary przenika całą naszą egzystencję. Tak, czy owak, wszystko zaczyna się i kończy matematyką. Ale to już naprawdę zupełnie inna historia.

### Zawieszenie niewiary a równania kwadratowe

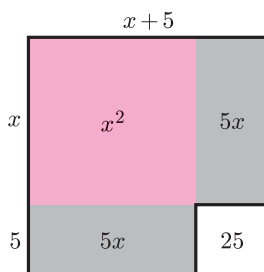
Jak rozwiązać równanie

$$x^2 + 10x + 21 = 0,$$

czyli

$$x^2 + 10x = -21.$$

Zacieniowana figura („gnomon”) ma pole... -21. Polem „dużego” kwadratu jest więc... tak,  $-21 + 25 = 4$ . A więc  $(x + 5)^2 = 4$ , tj.  $x + 5 = 2$  lub  $x + 5 = -2$ , skąd  $x = -3$  lub  $x = -7$ .



Rysunek jest zupełnie niedobry, ale wynik końcowy w porządku! Na tym polegały właśnie niepokoje wychowanka Törlessa: most łączący dwa brzegi wisi w powietrzu, a jednak można po nim pewnie chodzić, jeśli się wierzy!

stanowiącej przecież fundament konstrukcji tekstu literackiego i teorii matematycznych.

Omawiałem kiedyś z profesorem polonistyki szczegóły dotyczące mojego wystąpienia na konferencji retorycznej na UW. Chodziło o pojęcie fikcji. Rozmowa miała miejsce w bufecie. Akurat wszedł mój bardzo dobry student (obecnie już doktor matematyki). „Zróbmy eksperyment”, powiedziałem do polonisty i bez wyjaśniania, o co chodzi, zapytałem studenta, co to jest fikcja, jak rozumie on to pojęcie. Odpowiedział bez wahania: to to samo, co nieprawda. Ale już na ostatniej głosce wypowiedzi zawahał się i jednym tchem uzupełnił definicję: to raczej to, co jest wytworem ludzkiego umysłu.

W zdaniu „Natenczas Wojski chwycił na taśmie przypięty swój róg bawoli...” pierwsze ze słów nie oznacza chwili, w której czytam naszą epopeję narodową, ani czasu jej powstania. Oznacza chwilę na osi (fizyk by powiedział: strzałce) własnego czasu utworu. Czas ten jest niezależny od zewnętrznego i płynie w specyficzny sposób, charakterystyczny dla danego utworu literackiego. Tekst literacki ma swoją własną czasoprzestrzeń, wytwarza swój własny świat, w który można wierzyć lub nie. Gdy czytając powieść, „nie możemy się od niej oderwać”, wiemy, że takiego świata nie ma... a jednak na czas czytania tę niewiarę zawieszamy. Co nam to daje? Jaki jest sens na przykład umieszczania na Krakowskim Przedmieściu w Warszawie (w pobliżu Uniwersytetu) tablic informujących, że tu mieszkał Wokulski, a tam Rzecki? Jaki jest cel istnienia tablicy w celi w Wilnie, że tu zmarł Gustaw, a narodził się Konrad?