Pierwsza prędkość kosmiczna a siła Coriolisa

Zbigniew OSIAK

Według obserwatora związanego z układem nieinercjalnym, który stanowi wirująca planeta, siła dośrodkowa, utrzymująca satelitę krążącego po orbicie kołowej w płaszczyźnie równikowej, jest sumą siły grawitacyjnej i sił bezwładności – odśrodkowej i Coriolisa.

Z definicji, w układzie inercjalnym cząstka pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym wtedy i tylko wtedy, gdy suma działających na nią sił zewnętrznych jest równa zeru. Układy niespełniające tego warunku nazywane są układami nieinercjalnymi. Są nimi układy poruszające się względem układu inercjalnego ruchem postępowym przyśpieszonym lub opóźnionym, drgającym, obrotowym, krzywoliniowym, itp. W takich układach pojawiają się siły pozorne, zwane siłami bezwładności. Aby można było stosować drugą zasadę dynamiki również w układach nieinercjalnych, należy wśród sił działających na cząstkę uwzględnić także siły bezwładności.

$$F_D = F_\mathrm{G} + F_O + F_C,$$

$F_D = -\dfrac{mv^2}{r}$: siła dośrodkowa utrzymująca satelitę na orbicie,

$F_\mathrm{G} = -\dfrac{\mathrm{G}Mm}{r^2}$: siła grawitacyjna,

$F_O = m\omega^2 r$: odśrodkowa siła bezwładności związana z ruchem wirowym Ziemi,

$F_C = mv\omega$: siła Coriolisa związana z ruchem wirowym Ziemi,

$$\frac{1}{r}v^2 + 2\omega v + \omega^2 r - \frac{\mathrm{G}M}{r^2} = 0, \qquad \Delta = \frac{4\mathrm{G}M}{r^3} > 0.$$

Powyższe równanie jest trójmianem kwadratowym względem v, mającym dwa pierwiastki:

$$v_1 = -\omega r + \sqrt{\frac{\mathrm{G}M}{r}} \quad \text{oraz} \quad v_2 = -\omega r - \sqrt{\frac{\mathrm{G}M}{r}}.$$

Przykład. Przykładowe obliczenia wykonamy dla satelity krążącego tuż nad powierzchnią Ziemi.

$$\omega = \tfrac{2\pi}{\text{doba}} = 7{,}3\cdot 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}, \qquad \omega r = 467{,}2\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 0{,}5\cdot 10^3\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

$$r = 6{,}4\cdot 10^6\ \mathrm{m}, \qquad \sqrt{\tfrac{\mathrm{G}M}{r}} = 7{,}9\cdot 10^3\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

$$M = 6\cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}, \qquad v_1 = +7{,}4\cdot 10^3\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

$$\mathrm{G} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \tfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2}, \qquad v_2 = -8{,}4\cdot 10^3\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Prędkość v_1 należy nadać rakiecie wystrzelonej w kierunku wschodnim, siła Coriolisa skierowana jest wtedy radialnie od centrum źródła pola. Prędkość v_2 należy nadać rakiecie wystrzelonej w kierunku zachodnim, siła Coriolisa skierowana jest wtedy radialnie ku centrum źródła pola. Czas powrotu nad ten sam punkt Ziemi, przy poruszaniu się w kierunku ruchu wirowego Ziemi jest większy niż w kierunku przeciwnym.

Istnienie dwóch różnych wartości pierwszej prędkości kosmicznej rozpatrzymy teraz z punktu widzenia obserwatora związanego z układem inercjalnym, spoczywającym względem środka wirującej planety. Według tego obserwatora satelita obiega orbitę kołową w płaszczyźnie równikowej z szybkością $\sqrt{\frac{\mathrm{G}M}{r}}$, wynikającą z równości wartości sił dośrodkowej i grawitacyjnej. Przed startem pojazd kosmiczny wirował wraz z planetą z szybkością ωr. Aby umieścić satelitę na orbicie, należy wystrzelić go w kierunku obrotu planety z prędkością o wartości $\sqrt{\frac{\mathrm{G}M}{r}} - \omega r$ względem wyrzutni lub w kierunku przeciwnym z szybkością $\sqrt{\frac{\mathrm{G}M}{r}} + \omega r$. W praktyce wykorzystywany jest, oczywiście, pierwszy sposób.

Siła Coriolisa

Na ciało o masie m poruszające się z prędkością v w układzie wirującym z prędkością kątową ω działa siła Coriolisa

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v}\times\vec{\omega}.$$

Z punktu widzenia obserwatora związanego z Ziemią siła Coriolisa powoduje między innymi następujące zjawiska:

- Ciało spadające swobodnie zbacza ku wschodowi.
- Ciało poruszające się na półkuli północnej w kierunku północnym zostaje odchylone ku wschodowi.

Rozwiązanie zadania F 641.

Unoszenie trwa dopóty, dopóki gęstość unoszącego się powietrza jest mniejsza od gęstości otaczającego powietrza na danej wysokości. Równanie stanu gazu doskonałego

$$pV = n\mathrm{R}T$$

daje zależność między ciśnieniem p a gęstością ρ powietrza w postaci

$$p = \frac{\rho \mathrm{R}T}{\mu},$$

a więc gęstość powietrza otaczającego maleje według wzoru

$$\rho_{ot}(h) = \frac{\mu p_0}{\mathrm{R}T_0}\exp\left(-\frac{\mu g h}{\mathrm{R}T_0}\right).$$

Powietrze ogrzane ma na dowolnej wysokości h ciśnienie równe ciśnieniu gazu dookoła, ale zależność p i V opisuje równanie adiabaty $pV^\kappa = \mathrm{const}$, albo po przekształceniu

$$\rho(p) = \frac{\mu p_0}{\mathrm{R}T_1}\cdot\left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/\kappa}.$$

Po podstawieniu do wzoru barometrycznego mamy

$$\rho(p) = \frac{\mu p_0}{\mathrm{R}T_1}\exp\left(-\frac{\mu g h}{\kappa \mathrm{R}T_0}\right).$$

Powietrze zatrzyma się na wysokości h_z, gdzie gęstości są równe

$$\frac{\mu p_0}{\mathrm{R}T_0}\exp\left(-\frac{\mu g h_z}{\mathrm{R}T_0}\right) = \frac{\mu p_0}{\mathrm{R}T_1}\exp\left(-\frac{\mu g h_z}{\kappa \mathrm{R}T_0}\right),$$

czyli

$$h_z = \frac{\mathrm{R}T_0}{\mu g}\,\frac{\kappa}{\kappa-1}\ln\frac{T_1}{T_0}.$$

Dwie różne wartości pierwszej prędkości kosmicznej otrzymuje się również, analizując w ramach ogólnej teorii względności swobodny spadek cząstki próbnej na wirującą planetę. Jeżeli założyć, że promień planety jest dużo większy od promienia Schwarzschilda, a szybkość satelity oraz iloczyn szybkości kątowej i promienia planety są dużo mniejsze od szybkości światła, to uzyskuje się identyczny wynik jak w rachunku klasycznym.

CORIOLIS, Gaspard Gustave de (1792–1843). Francuski fizyk i inżynier.
1792 – Urodził się 21 maja w Paryżu.
1808 – Rozpoczął studia w École Polytechnique, które kontynuował w École des Ponts et Chaussées.
1816 – Został profesorem w École Polytechnique.
1836 – Wybrano go na członka Paryskiej Akademii Nauk.
1843 – Zmarł 19 września w Paryżu.

Coriolis znany jest przede wszystkim z tego, że
- podał (1829) definicję pracy i energii kinetycznej (force vive)[1)],
- odkrył (1835) nową siłę bezwładności, co pozwoliło mu sformułować równania ruchu w wirującym układzie odniesienia[2)].

Obie cytowane prace Coriolisa
[1)] *Du calcul de l'effet des machines* (1829)
[2)] *Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps* (1835)
dostępne są pod adresem internetowym: http://gallica.bnf.fr/
(Kliknąć Recherche. W oknie Auteur wpisać: Coriolis. Wcisnąć Enter.).

Autor jest byłym pracownikiem naukowym Uniwersytetu Wrocławskiego i wrocławskiej Akademii Medycznej.

Dwie nagrody dla Polaków w finałach XVI Konkursu Prac Młodych Naukowców Unii Europejskiej w Dublinie

Ryszard RAKOWSKI

W dniu 29 września 2004 r. odbyła się w sali św. Patryka na Zamku w Dublinie, w obecności przedstawicieli władz państwowych Irlandii, Komisji Europejskiej i laureatów Nagrody Nobla, uroczystość zakończenia XVI Konkursu Prac Młodych Naukowców Unii Europejskiej.

Jury przyznało trzy I nagrody w wysokości 5 000 euro pracom z Austrii (technika), Danii (chemia) i Niemiec (fizyka). Trzy II nagrody w wysokości 3 000 euro otrzymały prace z Niemiec (informatyka), Polski (matematyka) i Turcji (fizyka). Trzy III nagrody w wysokości 1 500 euro otrzymały prace z Litwy (ekologia), Polski (biologia) i Turcji (informatyka).

Skrót pracy Marcela Kołodziejczyka zaprezentowany został w numerze 3/2004 *Delty*.

Tak więc wśród 9 prac wyróżnionych nagrodami głównymi znalazły się dwie prace reprezentujące Polskę: praca **Marcela KOŁODZIEJCZYKA**, absolwenta Liceum Ogólnokształcącego im. Mikołaja Kopernika w Łodzi: **Waga szalkowa i uogólniony problem fałszywej monety** oraz praca **Artura LEWANDOWSKIEGO**, absolwenta IV Liceum Ogólnokształcącego im. Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy: **Procesy uczenia się mrówek**.

Jury przyznało laureatom także nagrody honorowe w postaci udziału w Międzynarodowym Forum Młodych Naukowców w Londynie – 3 autorom pracy z Austrii oraz w Międzynarodowym Seminarium Młodzieżowym w Sztokholmie – autorom nagrodzonych prac z Danii i Turcji.

W finałach europejskich w roku 2004 zaprezentowano 72 prace 101 autorów z 32 krajów: 22 krajów Unii Europejskiej oraz Białorusi, Bułgarii, Gruzji, Islandii, Izraela, Norwegii, Rosji, Szwajcarii, Turcji, Ukrainy, a ponadto gościnnie 2 prace laureatów konkursów prac młodych naukowców z Chin i USA. Wśród 74 prac było 17 prac z biologii, 2 z chemii, 13 z fizyki, 4 z informatyki, 7 z matematyki, 6 z medycyny, 5 z ekologii, 1 z nauk o Ziemi, 1 z psychologii i 18 z techniki.

Ponadto zostały przyznane specjalne nagrody w formie tygodniowego pobytu w Europejskim Biurze Patentowym w Monachium – 3 i po jednej w Europejskim Obserwatorium Astronomicznym na Wyspach Kanaryjskich, Europejskiej Agencji Kosmicznej, Instytucie Lauego–Langevina, CERN-ie i Europejskim Laboratorium Biologii Molekularnej. Osiem nagród ufundowały różne irlandzkie instytucje, między innymi nagrodę Intela w postaci laptopa otrzymał Marcel Kołodziejczyk.

Jury finałów europejskich w Dublinie liczyło 15 osób. Składało się z mianowanych przez Komisję Europejską uczonych, reprezentujących różne dziedziny nauki i techniki, oraz przedstawicieli przemysłu. Był wśród nich Polak dr Piotr Chrząstowski z Instytutu Informatyki Uniwersytetu Warszawskiego. Przewodniczącym jury był niemiecki fizyk i pierwszy europejski kosmonauta dr Ulf Merbold z Europejskiej Agencji Kosmicznej i Europejskiego Centrum