Karty kredytowe

Karty kredytowe (VISA, VISA Electron, Master Card, American Express itp.) są kodowane w sposób bardzo zbliżony do kodu liniowego. Metoda kodowania, zwana wzorem Luhna, została opracowana przez grono matematyków w 1960 r. W metodzie tej używa się współczynników wagowych, równych 1 dla wyrazów nieparzystych i 2 dla parzystych. Karta kredytowa jest poprawnie zakodowana, jeśli suma

$$w_n \circ a_n + \ldots + w_2 \circ a_2 + w_1 \circ a_1$$

jest podzielna przez 10, przy czym w powyższym wzorze znak $\circ$ oznacza iloczyn zmodyfikowany, określony następująco: $x \circ y$ jest równe sumie cyfr zwykłego iloczynu xy. Na przykład zmodyfikowany iloczyn 2 i 5 ($2 \circ 5$) jest równy 1 (bo $2 \cdot 5 = 10$, $1 + 0 = 1$). Podobnie $1 \circ 5 = 5$, $2 \circ 9 = 9$.

Czy pierwszych 16 cyfr rozwinięcia liczby π: 3141592653589793 może być numerem karty kredytowej? Ciąg zmodyfikowanych iloczynów ma postać 6181194613189793. Nie jest to poprawny numer karty kredytowej, gdyż ostatnia cyfra kontrolna powinna mieć wartość 6 (dlaczego?).

Wzór Luhna pozwala bezbłędnie wykryć błąd zamiany. Przypuśćmy, że błąd w pozycji j może nie być wykryty. Wtedy sumy

$$w_n \circ a_n + \ldots + w_j \circ a_j + \ldots + w_1 \circ a_1$$

i

$$w_n \circ a_n + \ldots + w_j \circ x + \ldots + w_1 \circ a_1$$

są podzielne przez 10 oraz $x \neq a_j$. Z tych warunków wynika, że różnica

$$w_j \circ a_j - w_j \circ x$$

jest podzielna przez 10, a tym samym

$$w_j \circ x = w_j \circ a_j.$$

Łatwo sprawdzić, że nie istnieją cyfry $x \neq a_j$ spełniające ten warunek, co stanowi sprzeczność.

Czy system kodowania wykryje przestawienie dwóch kolejnych, różnych cyfr w numerze karty kredytowej? Numer karty, dla którego system nie wykryłby błędu przy zamianie j-tej i $j{+}1$-szej cyfry, musiałby spełniać warunek: liczby

$$w_n \circ a_n + \ldots + w_j \circ a_j + w_{j+1} a_{j+1} + \ldots + w_1 \circ a_1$$

i

$$w_n \circ a_n + \ldots + w_j \circ a_{j+1} + w_{j+1} a_j + \ldots + w_1 \circ a_1$$

byłyby podzielne przez 10. Różnica tych liczb, równa

$$w_j \circ a_j + w_{j+1} a_{j+1} - w_j \circ a_{j+1} - w_{j+1} a_j$$

powinna też być podzielna przez 10. Z dokładnością do znaku różnica ta wynosi

$$2 \circ a_j - a_j - (2 \circ a_{j+1} - a_{j+1}).$$

Liczba ta jest podzielna przez 10 wyłącznie wtedy, gdy a_j oraz a_{j+1} są liczbami 0 lub 9. Prawdopodobieństwo tego błędu, obliczone podobnie jak dla kodu EAN, wynosi 0,018.

Zadania

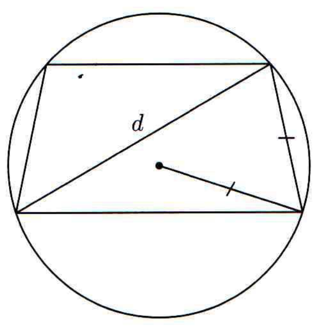
Redaguje Mikołaj KORZYŃSKI

F 627. Obliczyć opór zastępczy między dowolnymi dwoma spośród n kontaktów, połączonych każdy z każdym opornikami o oporze R.
Rozwiązanie na str. 16

F 628. Wewnątrz naładowanej równomiernie sfery o ładunku całkowitym Q i promieniu R znajduje się metalowa kula o promieniu $\frac{R}{3}$. Jaki musi być ładunek elektryczny q metalowej kuli, aby przy braku innych oddziaływań sfera pozostawała nieruchoma?
Rozwiązanie na str. 16

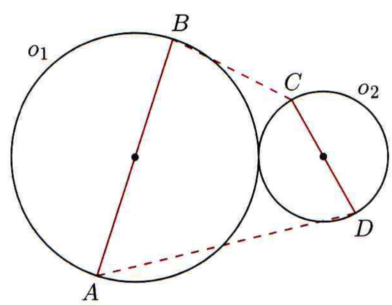
Redaguje Waldemar POMPE

M 1072. W pewnym turnieju każda drużyna rozegrała z każdą dokładnie jeden mecz i nie zanotowano remisu. Udowodnić, że jeżeli pewne dwie drużyny wygrały taką samą liczbę meczów, to istnieją takie trzy drużyny A, B, C, że A wygrała z B, B wygrała z C oraz C wygrała z A.
Rozwiązanie na str. 3



Rys. 1

M 1073. Promień okręgu opisanego na trapezie równoramiennym jest równy długości ramienia tego trapezu. Znając długość d przekątnej trapezu, wyznaczyć pole trapezu (rys. 1).
Rozwiązanie na str. 4



Rys. 2

M 1074. Okręgi o_1 i o_2 są styczne zewnętrznie. Odcinek AB jest średnicą okręgu o_1; odcinek CD jest średnicą okręgu o_2 (rys. 2). Wykazać, że

$$AD + BC \geqslant AB + CD.$$

Rozwiązanie na str. 5