Wymnażając nawiasy, otrzymujemy wniosek, że stan, jaki chcielibyśmy uzyskać, jest postaci

$$(3)\qquad \frac{1}{2}\left(|\leftrightarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle + |\leftrightarrow\rangle|\updownarrow\rangle + |\updownarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle|\updownarrow\rangle\right)|M_3\rangle.$$

A co nam da nasza maszyna klonująca, jeśli wpuścimy do niej stan $|45°\rangle = 1/\sqrt{2}\,(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle)$? Skorzystamy tutaj z zapowiadanej wcześniej liniowości mechaniki kwantowej i wzorów (1).

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle\right)|M_0\rangle \longrightarrow$$

$$(4)\qquad \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\leftrightarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle|M_1\rangle + |\updownarrow\rangle|\updownarrow\rangle|M_2\rangle\right).$$

Niestety, ku naszemu zmartwieniu musimy stwierdzić, że jest to znacząco inny stan niż ten w wyrażeniu (3), który chcielibyśmy uzyskać od idealnej maszyny klonującej. Nawet jeśli przyjmiemy, że $|M_1\rangle = |M_2\rangle = |M_3\rangle$, to i tak wyrażenia będą się różnić tym, że w równaniu (4) w końcowym stanie mamy w nawiasie dodane do siebie dwa człony, a w wyrażeniu (3) są cztery nieredukowalne składniki. Podsumowując, każda maszyna, która dobrze klonuje stany $|\updownarrow\rangle$ i $|\leftrightarrow\rangle$, nie może dobrze klonować stanu $|45°\rangle$. Czyli nie ma urządzenia klonującego dobrze foton o dowolnej polaryzacji.

Z tego wszystkiego płynie bardzo prosty i ogólny wniosek. Rozważaliśmy jeden z najprostszych przykładów układu kwantowego i doszliśmy do wniosku, że nie da się sklonować tego układu, jeśli znajduje się on w nieznanym stanie. Oczywiście, jeśli interesują nas tylko wybrane stany kwantowe, np. tylko polaryzacja pionowa lub pozioma, to klonowanie jest możliwe. Wszystko to przenosi się na bardziej skomplikowane układy kwantowe, takie jak atomy, cząsteczki, a nawet owieczki. Mając jeden egzemplarz układu kwantowego i nic nie wiedząc o jego stanie, nie da się stworzyć jego wiernej kopii. Przez wierną rozumiemy, oczywiście, układ w dokładnie takim samym stanie kwantowym (w przypadku fotonu stan kwantowy utożsamiliśmy z jego polaryzacją).

Na problem klonowania stanów kwantowych można patrzeć jak na problem powielenia pewnej informacji. Trudność kwantowego klonowania nie polega na tym, że nie mamy materiałów, żeby wytworzyć klon, ani że nie umiemy złożyć odpowiednich części. Problem tkwi natomiast w tym, że nie potrafimy powielić stanu kwantowego układu. Mówiąc inaczej – nie umiemy powielić kwantowej informacji zapisanej w stanie układu. Klasyczna informacja łatwo poddaje się powieleniu, natomiast kopiowanie informacji kwantowej jest niemożliwe. Ograniczenie to ma swoje dobre strony. Dzięki temu istnieje bezpieczna kwantowa metoda rozsyłania klucza, którego użyć można do szyfrowania wiadomości (kryptografia kwantowa).

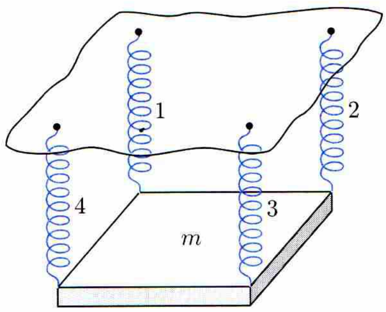
A co z tego wynika dla owieczek? Biologowie mają mniejsze wymagania co do tego, czym jest wierne klonowanie. Nie martwią się o kwantową naturę układu i dlatego mogą się szczycić tym, że umieją klonować. My jednak wiemy, że nie ma metody, żeby owieczka Dolly była naprawdę (kwantowo) identyczna ze swoim pierwowzorem!

Zadania

Redaguje Mikołaj KORZYŃSKI

F 625. Sonda kosmiczna o masie M i prędkości v wpada w chmurę spoczywającego pyłu. Pył składa się z przypadkowo rozrzuconych drobin o masie m i koncentracji n. Pole przekroju poprzecznego sondy względem kierunku ruchu wynosi A. Jakie będzie obserwowane opóźnienie a sondy, jeśli każda drobina po zderzeniu grzęźnie w powierzchni sondy?
Rozwiązanie na str. 16

F 626. Kwadratowa, jednorodna płyta o masie m wisi na 4 sprężynach o różnych stałych sprężystości k_1, k_2, k_3 i k_4 (rys. 1). Płyta wisi równolegle do podłoża, a długości swobodne sprężyn 1 i 2 są równe (pozostałych niekoniecznie). Jakimi siłami działają sprężyny na płytę?
Rozwiązanie na str. 14



Rys. 1

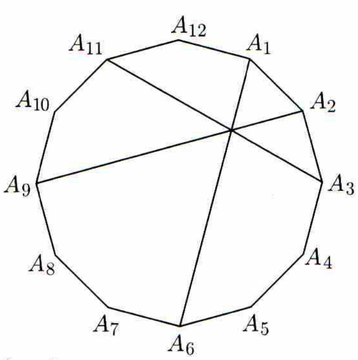
Redaguje Waldemar POMPE

M 1069. Wyznaczyć wszystkie liczby rzeczywiste x, y, z spełniające układ równań:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ xy - z^2 = 1 \end{cases}$$

Rozwiązanie na str. 16

M 1070. Wykazać, że w dwunastokącie foremnym $A_1A_2\ldots A_{12}$ przekątne A_1A_6, A_2A_9, A_3A_{11} przecinają się w jednym punkcie (rys. 2).
Rozwiązanie na str. 16



Rys. 2

M 1071. Rozstrzygnąć, czy istnieje trójkąt o polu równym 100 i każdej wysokości mniejszej od 1.
Rozwiązanie na str. 14