

Czy można sklonować foton?

W ostatnich latach ogromne emocje rozpała problem klonowania organizmów żywych. W 1997 roku biologom udało się sklonować słynną owieczkę Dolly. Sklonować, czyli z owieczki, mającej w swoich komórkach pewien unikalny kod genetyczny, wytworzyć jej genetyczną kopię. To znaczy osobnika (owieczkę) z dokładnie takim samym zestawem genów.

Proces klonowania jest technicznie bardzo skomplikowany i wciąż nie do końca zrozumiany. Oczywiście, im organizm prostszy, tym łatwiej powinno się go dać klonować. Łatwiej jest sklonować pierwotniaka niż owcę, nie mówiąc już o wirusach, których kod genetyczny potrafimy złożyć z pojedynczych nukleotydów i wyprodukować na zamówienie według danego przepisu tyle kopii, ile chcemy.

A czy możemy sklonować cząsteczkę chemiczną? Wyobraźmy sobie takie zadanie: ktoś przysłała nam w kopercie pewną nieznaną nam cząsteczkę chemiczną. Mamy do dyspozycji wszystko, czego dusza zapagnie – nowoczesne laboratorium, wszelkie substancje chemiczne... Polecenie jest proste: wytworzyć cząsteczkę chemiczną taką samą jak otrzymana w kopercie. Otwieramy więc kopertę i ostrożnie badamy przyslaną cząsteczkę, tak żeby jej nie zniszczyć, a dowiedzieć się, z jakich atomów się składa. Możemy to zrobić, na przykład świecąc na nią światłem laserowym i obserwując światło, jakie tak wzbudzona cząsteczka emituje. Gdy już poznamy, z jakich atomów się składa, musimy użyć naszej chemicznej wiedzy, aby dokonać syntezy tej cząsteczki (zazwyczaj uzyskamy całe mnóstwo takich cząsteczek) i klonowanie gotowe.

Czy rzeczywiście sklonowana cząsteczka jest identyczna z oryginałem? Odpowiedź na to pytanie zależy od tego, co rozumiemy przez słowo „identyczna”. Jeśli chodzi nam tylko o skład atomowy cząsteczki, to rzeczywiście odnieśliśmy sukces. Ale jeśli ktoś ma wyższe wymagania i zażąda, żeby sklonowana cząsteczka była w dokładnie takim samym stanie kwantowym co cząsteczka przysłana w kopercie, to jest to już znacznie poważniejsze wyzwanie. Mówiąc *w takim samym stanie kwantowym* mam na myśli, że wszystkie atomy, a wraz z nimi elektrony, protony, neutrony należące do cząsteczki-klonu są w tym samym stanie co elektrony, protony i neutrony cząsteczki oryginalnej.

Okazuje się, że takiego zadania nie jesteśmy w stanie wykonać! Zaskakującym twierdzeniem mechaniki kwantowej jest to, że wierne klonowanie nieznanego układu kwantowego (np. cząsteczki chemicznej) jest niemożliwe!

Żeby zrozumieć, skąd się bierze w mechanice kwantowej tak ostre ograniczenie naszych możliwości powielania, zajmiemy się obiektem jeszcze prostszym od cząsteczki chemicznej. Zajmiemy się pojedynczą cząstką światła – fotonem. Zobaczymy na tym przykładzie, że sklonowanie nawet czegoś tak mało skomplikowanego jak foton okazuje się niemożliwe w świetle obecnie uznawanych praw fizyki.

Rafał DEMKOWICZ-DOBRZAŃSKI

Myśląc o świetle w sposób klasyczny, mówimy, że światło jest falą elektromagnetyczną. Długość fali λ (odstęp między kolejnymi brzuszkami) decyduje o tym, jakiego koloru jest światło.

Poza barwą światło ma jeszcze inną ważną cechę – polaryzację. Fala elektromagnetyczna jest falą poprzeczną, co oznacza, że pole elektryczne i magnetyczne drgają w kierunkach prostopadłych do kierunku rozchodzenia się fali. Rozważmy falę elektromagnetyczną, która pada prostopadle na kartkę, którą właśnie czytacie. Poprzeczność fali oznacza, że pola elektryczne i magnetyczne będą wzajemnie prostopadłymi wektorami leżącymi w płaszczyźnie kartki. Umownie przyjmuje się, że kierunek polaryzacji światła to kierunek drgań pola elektrycznego. Żeby wytworzyć spolaryzowane światło, wystarczy przepuścić światło niespolaryzowane, np. z żarówki, przez polaryzator, który przepuści tylko światło o określonej polaryzacji. Możemy kręcić polaryzátorem tak, aby zamiast przepuszczać światło spolaryzowane np. pionowo, przepuścił światło spolaryzowane np. pod kątem 45° . W ten sposób możemy wytworzyć światło o dowolnej polaryzacji (liniowej).

O świetle nie da się jednak myśleć jedynie jako o fali. W wielu sytuacjach światło przejawia naturę cząsteczkową (korpuskularną) i trzeba myśleć o nim, że składa się z cząstek. Te cząstki nazywamy fotonami. Fotonom przypisujemy takie same cechy co fali elektromagnetycznej: kolor i polaryzację, jakkolwiek trudno intuicyjnie uchwycić pojęcie polaryzacji czy koloru pojedynczego fotonu.

Zapomnijmy na jakiś czas o tym, że foton ma kolor i skupmy się tylko na jego polaryzacji. To pomoże nam zrozumieć, dlaczego klonowanie fotonu jest niemożliwe. Jeśli ustawimy idealny polaryzator tak, aby przepuszczał światło spolaryzowane pionowo, a następnie puścimy na taki polaryzator pojedynczy foton o polaryzacji pionowej, to foton ten na pewno przejdzie przez polaryzator. Jeśli na ten sam polaryzator puścimy foton spolaryzowany poziomo, to tym razem foton na pewno przez polaryzator nie przejdzie. Ale co będzie, jeśli ktoś nam prześle pojedynczy foton o polaryzacji pod kątem 45° ? Czy nasz polaryzator go zatrzyma czy przepuści? Otóż tu właśnie objawia swoją naturę fizyka kwantowa i mówi: „Nie można przewidzieć, czy foton przejdzie czy nie! Można powiedzieć tylko, że z prawdopodobieństwem 50% przejdzie, a z prawdopodobieństwem 50% nie”.

Jeśli ktoś nam przesyła pojedynczy foton o polaryzacji albo poziomej, albo pionowej, albo 45° , to ustawiając polaryzator i sprawdzając, czy foton przeszedł czy nie, nie jesteśmy w stanie stwierdzić, jaki foton został nam przysłany! Jeśli foton przejdzie przez polaryzator, to nie wiemy, czy był to foton o polaryzacji pionowej, czy też foton o polaryzacji 45° , któremu szczęśliwie (z prawdopodobieństwem 50%) udało się przejść przez polaryzator. Jedyne, co możemy w tej sytuacji

powiedzieć, to to, że na pewno nie był to foton o polaryzacji poziomej, bo ten by na pewno nie przeszedł.

Zamiast polaryzacji 45° można by użyć w powyższych rozważaniach polaryzacji światła pod dowolnym kątem np. 30° , byle tylko innej niż pozioma i pionowa. Spowodowałoby to jedynie zmianę prawdopodobieństw przejścia lub nieprzejścia takiego fotonu przez polaryzator, zamiast 50% i 50% byłoby np. 25% i 75%. Nie zmieniłoby to jednak zasadniczych wniosków dyskusji.

Wróćmy teraz do klonowania. Ktoś nam przesyła „w kopercie” foton o nieznannej polaryzacji. Naszym zadaniem jest sklonować ten foton, to znaczy zwrócić zleceniodawcy dwa fotony o takiej samej polaryzacji jak foton przysłany. Nasuwa się strategia: najpierw sprawdzimy, jaką polaryzację ma foton, a potem wytworzymy jego kopię. Spróbujemy postąpić w sposób opisany w poprzednim akapicie. Ustawiamy polaryzator np. tak, by przepuszczał światło spolaryzowane pionowo i... no cóż, mamy ten sam problem co poprzednio. Jeśli foton przejdzie, to wiemy tylko tyle, że nie był to foton spolaryzowany poziomo, ale mógł być to foton spolaryzowany pionowo albo foton o polaryzacji pod kątem 8° , 17° , 34° , 77° ,..., któremu szczęśliwie udało się przejść. Więc właściwie nic nie wiemy. Co gorsza po dokonaniu pomiaru nieodwracalnie zaburzyliśmy stan fotonu. Jeśli foton miał polaryzację 45° i szczęśliwie udało mu się przejść przez polaryzator, to po przejściu jest już fotonem o polaryzacji pionowej i całkowicie „zapomniał” swoją pierwotną naturę. Widać, że ta metoda nie pozwoli nam sklonować fotonu. A może jest inna?

Może nie należy wykonywać pomiaru na przysłanym fotonie. Kwantowa natura fotonu nie pozwala dowiedzieć się o nim tego, czego byśmy chcieli, za pomocą pomiaru na pojedynczym egzemplarzu. I to nie dlatego, że pomiar za pomocą polaryzatora jest zbyt prymitywny. Każda inna próba pomiaru polaryzacji pojedynczego fotonu zostawiłaby nam ten sam niedosyt.

Zrezygnujmy więc z pomiaru i zastanówmy się, czy możemy sklonować foton, nie dowiadując się wcale, jaki on jest. To zadanie nie jest wcale aż tak absurdalne. Możemy, na przykład, przygotować urządzenie, do którego wpuszczamy foton, on tam oddziałuje z jakimś wzbudzonym atomem, który w wyniku oddziaływania wysyła dodatkowy foton o takiej samej polaryzacji jak foton, który wpadł do urządzenia. Na żadnym etapie tego procesu nie wykonujemy pomiaru, nie wiemy więc, jaka jest polaryzacja przysłanego fotonu. Po wyprodukowaniu jego kopii oba fotony odsyłamy zleceniodawcy, również teraz nie mierząc ich polaryzacji (bo moglibyśmy coś popsuć).

Niestety, okazuje się, że nie można skonstruować takiego urządzenia, które by klonowało foton o nieznannej polaryzacji i było zgodne ze znanymi nam prawami mechaniki kwantowej. Przedstawię tutaj dowód tego faktu, wynikający jedynie z tego, że wszelkie operacje w mechanice kwantowej (pomiar, ewolucja układu) są operacjami liniowymi.

Wyobraźmy sobie maszynę, która potrafi dobrze klonować fotony mające albo polaryzację pionową, albo poziomą (taka maszyna jest dopuszczalna przez mechanikę kwantową). Oznaczmy stan początkowy maszyny jako $|M_0\rangle$. Oznaczenie stanu w postaci $|\rangle$ nosi w fizyce nazwę „ket”. Zapiszmy, co robi maszyna, jeśli dostanie na wejściu foton o polaryzacji poziomej $|\leftrightarrow\rangle$ lub foton o polaryzacji pionowej $|\updownarrow\rangle$:

$$(1) \quad \begin{cases} |\leftrightarrow\rangle|M_0\rangle & \longrightarrow |\leftrightarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle|M_1\rangle \\ |\updownarrow\rangle|M_0\rangle & \longrightarrow |\updownarrow\rangle|\updownarrow\rangle|M_2\rangle \end{cases}$$

Zapis po lewej stronie oznacza, że na początku mamy foton o pewnej polaryzacji (poziomej, pionowej) oraz maszynę w stanie początkowym. Po działaniu maszyny na wyjściu otrzymujemy dwa fotony o tych samych stanach polaryzacyjnych oraz maszynę, której stan może w ogólności zależeć od tego, jaki foton klonowała (stąd różne stany $|M_1\rangle$ oraz $|M_2\rangle$). W zapisie po prawej stronie mamy trzy „kety”: pierwszy oznacza stan pierwszego fotonu, drugi oznacza stan drugiego fotonu, a trzeci stan maszyny. Można myśleć o tych „ketach”, że są przez siebie mnożone, co ułatwi dalsze rozumowania. Jest to najogólniejsza postać maszyny, która dobrze klonuje stany $|\leftrightarrow\rangle$ oraz $|\updownarrow\rangle$. Sprawdźmy teraz, czy ta maszyna dobrze sklonuje również foton o innej niż pionowa lub pozioma polaryzacji, np. 45° .

Stan fotonu o polaryzacji 45° w mechanice kwantowej zapisuje się jako $|45^\circ\rangle = 1/\sqrt{2}(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle)$. O stanach w mechanice kwantowej można myśleć jak o wektorach o długości 1. W tym przypadku jest to szczególnie intuicyjne. Można myśleć, że stan $|\leftrightarrow\rangle$ to wektor długości 1 skierowany np. w prawo, stan $|\updownarrow\rangle$ to wektor długości 1 skierowany do góry. A stan $|45^\circ\rangle$ to wektor skierowany pod kątem 45° . O stanie $|45^\circ\rangle$ można myśleć jako o pewnej kombinacji polaryzacji pionowej i poziomej.

Równie dobrze polaryzację poziomą i pionową można by wyrazić np. przez polaryzację pod kątem 45° i polaryzację pod kątem 135° . Matematycznie oznacza to, że zdecydowaliśmy się na wybór pewnej bazy w przestrzeni wektorowej. To tak, jak opisując wektory na płaszczyźnie, możemy wybrać różne układy współrzędnych. Np. zamiast osi x, y możemy wybrać układ współrzędnych x', y' obrócony względem tamtego o 45° i rozpisywać wektory w nowym układzie współrzędnych.

Współczynnik $1/\sqrt{2}$ zapewnia, że długość wektora $|45^\circ\rangle$ jest równa 1.

Co by oznaczało dobre klonowanie stanu $|45^\circ\rangle$? Na wyjściu chcielibyśmy uzyskać dwa fotony w stanie $|45^\circ\rangle$, czyli stan:

$$(2) \quad \begin{aligned} |45^\circ\rangle|45^\circ\rangle|M_3\rangle &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle) \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle)|M_3\rangle, \end{aligned}$$

gdzie $|M_3\rangle$ oznacza stan maszyny po klonowaniu, który może być w ogólności inny od $|M_1\rangle$ i $|M_2\rangle$.

Operację A nazywamy liniową, jeśli spełnione są prawa:

$$A(v + w) = A(v) + A(w), \quad A(\alpha v) = \alpha A(v),$$

gdzie α jest dowolną liczbą.

Wymnażając nawiasy, otrzymujemy wniosek, że stan, jaki chcielibyśmy uzyskać, jest postaci

$$(3) \quad \frac{1}{2} (|\leftrightarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle + |\leftrightarrow\rangle|\updownarrow\rangle + |\updownarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle|\updownarrow\rangle) |M_3\rangle.$$

A co nam da nasza maszyna klonująca, jeśli wpuścimy do niej stan $|45^\circ\rangle = 1/\sqrt{2}(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle)$? Skorzystamy tutaj z zapowiadanej wcześniej liniowości mechaniki kwantowej i wzorów (1).

$$(4) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle) |M_0\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|\leftrightarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle |M_1\rangle + |\updownarrow\rangle|\updownarrow\rangle |M_2\rangle).$$

Niestety, ku naszemu zmartwieniu musimy stwierdzić, że jest to znacząco inny stan niż ten w wyrażeniu (3), który chcielibyśmy uzyskać od idealnej maszyny klonującej. Nawet jeśli przyjmiemy, że $|M_1\rangle = |M_2\rangle = |M_3\rangle$, to i tak wyrażenia będą się różnić tym, że w równaniu (4) w końcowym stanie mamy w nawiasie dodane do siebie dwa człony, a w wyrażeniu (3) są cztery nieredukowalne składniki. Podsumowując, każda maszyna, która dobrze klonuje stany $|\updownarrow\rangle$ i $|\leftrightarrow\rangle$, nie może dobrze klonować stanu $|45^\circ\rangle$. Czyli nie ma urządzenia klonującego dobrze foton o dowolnej polaryzacji.

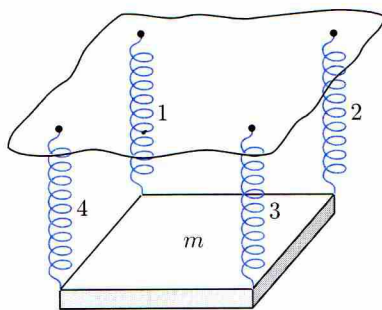
Z tego wszystkiego płynie bardzo prosty i ogólny wniosek. Rozważaliśmy jeden z najprostszyc przykładów układu kwantowego i doszliśmy do wniosku, że nie da się sklonować tego układu, jeśli znajduje się on w nieznanym stanie. Oczywiście, jeśli interesują nas

tylko wybrane stany kwantowe, np. tylko polaryzacja pionowa lub pozioma, to klonowanie jest możliwe. Wszystko to przenosi się na bardziej skomplikowane układy kwantowe, takie jak atomy, cząsteczki, a nawet owieczki. Mając jeden egzemplarz układu kwantowego i nic nie wiedząc o jego stanie, nie da się stworzyć jego wiernej kopii. Przez wierną rozumiemy, oczywiście, układ w dokładnie takim samym stanie kwantowym (w przypadku fotonu stan kwantowy utożsamiliśmy z jego polaryzacją).

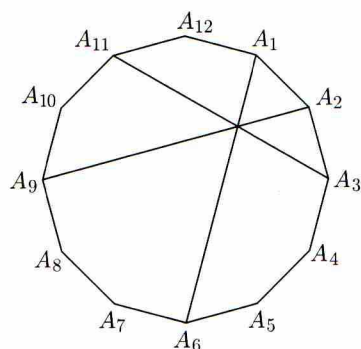
Na problem klonowania stanów kwantowych można patrzeć jak na problem powielenia pewnej informacji. Trudność kwantowego klonowania nie polega na tym, że nie mamy materiałów, żeby wytworzyć klon, ani że nie umiemy złożyć odpowiednich części. Problem tkwi natomiast w tym, że nie potrafimy powielić stanu kwantowego układu. Mówiąc inaczej – nie umiemy powielić kwantowej informacji zapisanej w stanie układu. Klasyczna informacja łatwo poddaje się powieleniu, natomiast kopiowanie informacji kwantowej jest niemożliwe. Ograniczenie to ma swoje dobre strony. Dzięki temu istnieje bezpieczna kwantowa metoda rozsyłania klucza, którego użyć można do szyfrowania wiadomości (kryptografia kwantowa).

A co z tego wynika dla owieczek? Biologowie mają mniejsze wymagania co do tego, czym jest wierne klonowanie. Nie martwią się o kwantową naturę układu i dlatego mogą się szczycić tym, że umieją klonować. My jednak wiemy, że nie ma metody, żeby owieczka Dolly była naprawdę (kwantowo) identyczna ze swoim pierwowzorem!

Zadania



Rys. 1



Rys. 2

Redaguje Mikołaj KORZYŃSKI

F 625. Sonda kosmiczna o masie M i prędkości v wpada w chmurę spoczywającego pyłu. Pył składa się z przypadkowo rozrzuconych drobin o masie m i koncentracji n . Pole przekroju poprzecznego sondy względem kierunku ruchu wynosi A . Jakie będzie obserwowane opóźnienie a sondy, jeśli każda drobina po zderzeniu grzęźnie w powierzchni sondy?

Rozwiązanie na str. 16

F 626. Kwadratowa, jednorodna płyta o masie m wisi na 4 sprężynach o różnych stałych sprężystości k_1, k_2, k_3 i k_4 (rys. 1). Płyta wisi równolegle do podłoża, a długości swobodne sprężyn 1 i 2 są równe (pozostałych niekoniecznie). Jakimi siłami działają sprężyny na płytę?

Rozwiązanie na str. 14

Redaguje Waldemar POMPE

M 1069. Wyznaczyć wszystkie liczby rzeczywiste x, y, z spełniające układ równań:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ xy - z^2 = 1 \end{cases}$$

Rozwiązanie na str. 16

M 1070. Wykazać, że w dwunastokącie foremnym $A_1A_2 \dots A_{12}$ przekątne $A_1A_6, A_2A_9, A_3A_{11}$ przecinają się w jednym punkcie (rys. 2).

Rozwiązanie na str. 16

M 1071. Rozstrzygnąć, czy istnieje trójkąt o polu równym 100 i każdej wysokości mniejszej od 1.

Rozwiązanie na str. 14