

Grając w bilard staramy się uderzyć kulę kijem bilardowym tak, by trafiła w inną lub wpadła do luzu. Aby jednak mieć szansę na zwycięstwo musimy za każdym razem starać się przewidzieć zachowanie bili i uderzyć z jak największą precyzją. Ścisłym opisem poruszających się ciał, na podstawie którego możemy wyznaczyć ich trajektorie, zajmuje się mechanika. W XVII wieku Newton sformułował jej podstawowe zasady wprowadzając uporządkowany, deterministyczny obraz Wszechświata. Za Laplacem zaczęto twierdzić, iż „Powinniśmy traktować obecny stan świata jako skutek tego, co minęło, i jako przyczynę tego, co nastąpi”.

Czemu więc naszej bili zdarza się wylądować w zupełnie innym miejscu stołu, niż to wynikałoby z naszych kalkulacji? Odpowiedzi na to pytanie udzielono dopiero w XX wieku, kiedy zdano sobie sprawę z istotnego problemu, jaki napotykamy stosując wspomniane reguły. Otóż nie jesteśmy w stanie wyznaczyć początkowych prędkości i położeń z dowolną dokładnością, tak jak nie potrafimy uderzyć w dokładnie wybrany punkt bili z określoną siłą. Niewielkie wahanie tych wartości może kosztować wygraną. Problem polega na tym, że wiele układów newtonowskich wykazuje niestabilność, czyli niezwykle dużą wrażliwość na warunki początkowe.

Choć w takim chaotycznym układzie ruch można nadal opisywać za pomocą reguł klasycznych, to wszelkie prognozy są krótkoterminowe – i tak w bilardzie możemy przewidzieć tor ruchu kuli po najwyżej kilku zderzeniach. Położenie bili po kolejnych odbiciach będzie obciążone szybko rosnącym błędem, którego nie potrafimy wyeliminować przy pomiarze początkowych parametrów układu.

Równań ruchu w układach chaotycznych nie udaje się w ogólnym przypadku rozwiązać ściśle, dlatego polega się na przybliżonych metodach numerycznych. Dzięki komputerom o dużej mocy obliczeniowej jesteśmy w stanie przeprowadzać symulacje zachowania się takich układów.

Wróćmy jednak do bilardu. Czy tak wymyślna gra stanowi tylko kolejną ekstrawagancję Francuzów obok 365 gatunków sera? Niekoniecznie – okazuje się, że nauka również interesuje się bilardem.

Teoretyczne „wariacje” na temat bilardu nazywamy bilardami Sinaia, rosyjskiego matematyka, który w 1972 roku wykazał, że ruch cząstki w tego typu układzie jest chaotyczny. Są to modele bili poruszającej się po eliptycznym stole, bądź odbijającej się od umieszczonej na środku stołu kolistej tarczy. Modele te doczekały się w ostatniej dekadzie wielu realizacji w fizyce ciała stałego, gdzie rolę stołu bilardowego spełnia kryształ, elektrony zaś to bile.

Jak to możliwe? Przyjrzyjmy się światu kryształów. Wśród rzędów atomów odległych od siebie o kilka angströmów (10^{-10} m) swobodnie przelatuje elektron.

Jak na razie mamy więc bilę poruszającą się we wszystkich trzech wymiarach. Przed nami stoi nie lada problem: należy ograniczyć ruch elektronu do dwóch wymiarów, aby zachowywał się jak kula bilardowa tocząca się po płaskim stole. Ograniczenie dla elektronu w kryształach stanowią tzw. bariery potencjału. Elektron byłby w stanie je pokonać zwiększwszy swoją energię. Jeśli takie ściany ograniczają ruch elektronu w górę i w dół (wzdłuż osi z), to swobodny ruch dopuszczalny jest jedynie w płaszczyźnie xy , niczym po płaskim stole bilardowym.

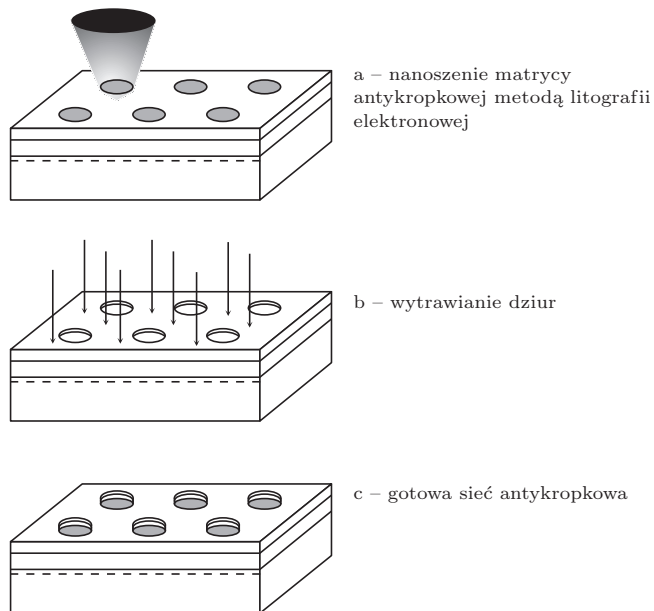
W rzeczywistości problem jest nieco bardziej skomplikowany, jako że w języku mechaniki kwantowej elektron nie przypomina kuli, lecz jest opisany tzw. funkcją falową, określającą prawdopodobieństwo znalezienia go w danym obszarze. Elektron w kryształach, uwięziony pomiędzy ścianami potencjału o skończonej wysokości, może przebywać między nimi, ale istnieje również niezerowe prawdopodobieństwo znalezienia go w obszarze bariery. Kiedy zbliżamy do siebie bariery, prawdopodobieństwo to rośnie. My obejdziemy ten problem i zajmujemy się układami, w których bariery potencjału będą blisko siebie, ale nie na tyle, aby elektron był w stanie wymknąć się z obszaru pomiędzy nimi (prawdopodobieństwo takiego zdarzenia będzie pomijalnie małe).

Jak praktycznie zrealizować barierę potencjału dla elektronu poruszającego się w kryształach? Otóż bierzemy kryształy A i B o zbliżonej strukturze krystalicznej i robimy z nich kanapkę, czyli przekładamy kolejno warstwy $ABA\dots$. Bułka z masłem, tyle że technika wytwarzania tej kanapki jest bardziej zaawansowana. Struktury kanapkowe hoduje się w komorze próżniowej, gdzie na odpowiednio ogrzane podłoże napyla się kolejne warstwy atomów A i B . Ten mozolny proces może trwać całą dobę.

Kryształy A i B można dobrać tak, aby swobodne elektrony znajdujące się w warstwie A przy próbie przedostania się do którejś z warstw B napotykały barierę potencjału. Jeśli przy tym warstwa A będzie bardzo cienka, elektron będzie mógł poruszać się swobodnie w płaszczyźnie warstwy, ale nie w kierunku prostopadłym do warstwy. Najczęściej do wytworzenia elektronów ograniczonych do dwóch wymiarów, czyli tzw. dwuwymiarowego gazu elektronowego stosuje się kryształy GaAs i GaAlAs. Elektrony są uwięzione w cienkiej warstwie GaAs.

Załóżmy, że stół bilardowy jest gotowy. Zależy nam jednak na tym, aby zrealizować jeden z wcześniej wspomnianych modeli Sinaia. Wybierzmy ten, w którym bila odbija się od umieszczonej na środku stołu kolistej tarczy.

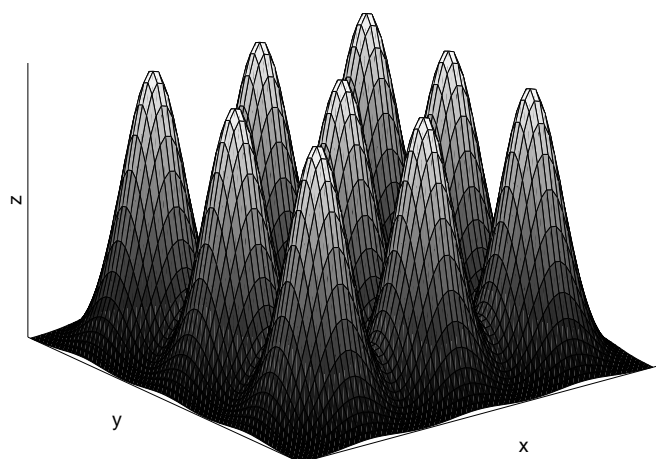
Taką tarczę uzyskamy, stosując techniki polegające na wytrawieniu w naszym stole zagłębienia o rozmiarach rzędu nanometra, czyli tzw. antykropki (rys. 1).



Rys. 1.

Ale czemu mielibyśmy poprzestać na jednej kropce, skoro potrafimy wytworzyć całą ich sieć.

Krajobraz kształtującego się w obszarze tak potraktowanej struktury potencjału przypomina pudełko na jajka.



Rys. 2. Kształt potencjału.

Elektron ma więc na swej drodze szereg przeszkód w postaci słupków potencjału, od których się odbija. Jeśli zadbamy o to, by temperatura była dostatecznie niska, to takie zderzenia będą zachodziły bez strat energii, balistycznie.

W ten oto sposób zbudowaliśmy niskowymiarowy stół bilardowy z przeszkodami.

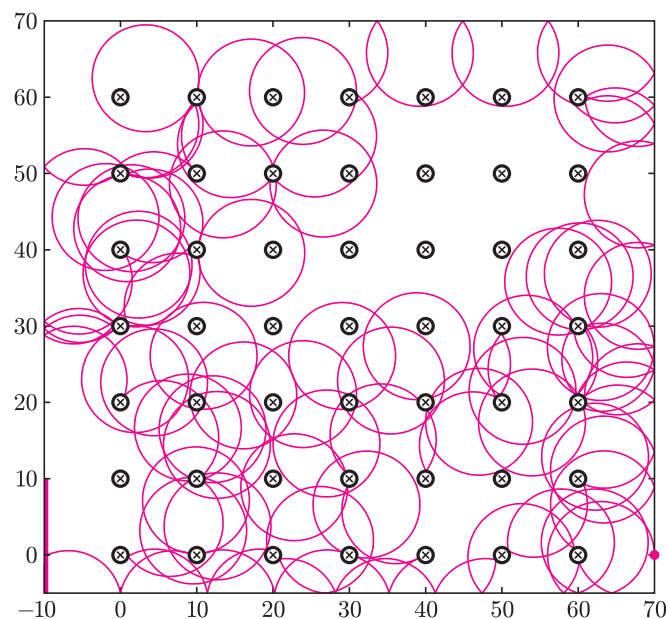
Zadziwiający może być fakt, że na taki układ patrzymy z perspektywy mechaniki klasycznej. Formalnie takie podejście musi być uzasadnione poprzez przybliżanie badanego układu zespołami klasycznymi, do czego stosuje się teorię macierzy losowo wybieranych (RMT) (w przypadku układów z polem magnetycznym wymagana jest pewna modyfikacja tej teorii, wynikająca z występowania oddziaływań elektron-elektron) – takie

podejście nazywa się modelem półklasycznym. Pomimo tak złowrogo brzmiących terminów bilardy elektronowe cieszą się dużym zainteresowaniem, stanowią bowiem rzadką okazję do badań nad tego typu chaosem.

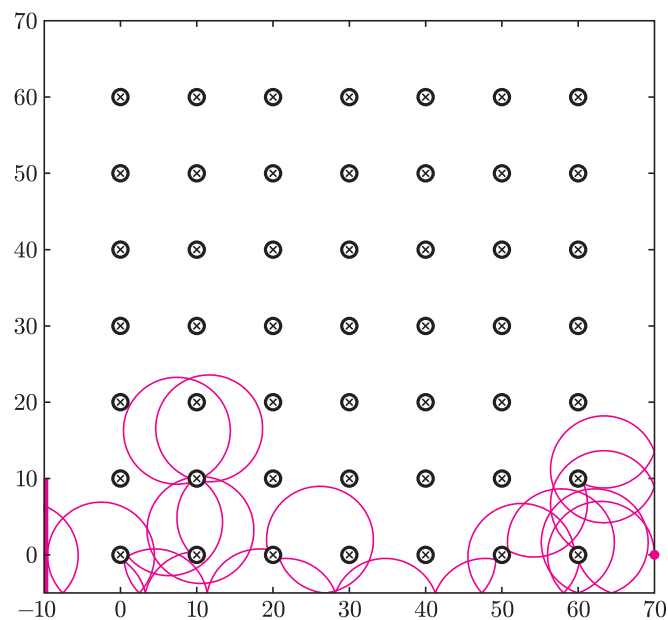
Elektron traktujemy jak klasyczną cząstkę punktową, którą wrzucamy w obszar regularnie rozłożonych pagórków, od których odbija się sprężysto w trakcie swojego chaotycznego ruchu.

Tak jak w klasycznym bilardzie, odbicia kul zachodzą według reguły „kąta odbicia równy jest kątowi padania” i każde odbicie od antykropki przyczynia się do rozbiegania się trajektorii.

Rysunki 3 i 4 przedstawiają jak to wygląda w praktyce.



Rys. 3



Rys. 4

Do wytworzonej sieci antykropkowej prowadzi wlot. Elektron ma za zadanie dotrzeć do przeciwnego

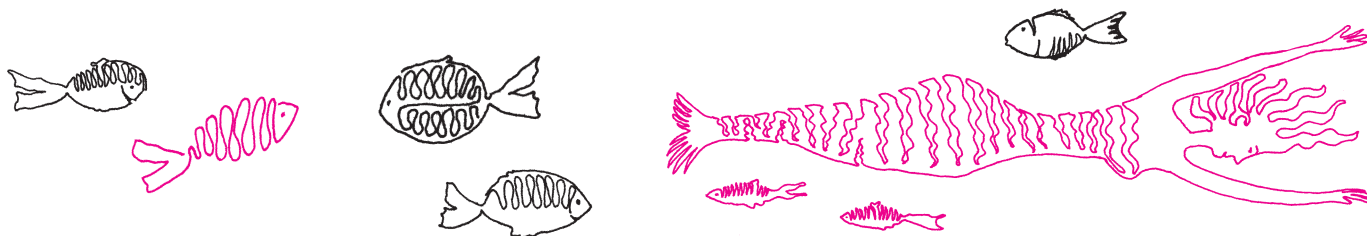
drenu. Dla urozmaicenia włączamy pole magnetyczne, aby siła Lorentza zakrzywiała tor elektronu.

W pierwszej sytuacji elektron wykonał 113 odbić od antykropek zanim udało mu się wydostać z sieci antykropkowej. Po zmianie początkowego położenia cząstki o 0,0000000001 jednostki, elektronowi wystarczyło zaledwie 29 ruchów.

Konstruując podobne układy możemy manipulować parametrami sieci, począwszy od odległości między kropkami po dowolne kształty antykropek, póki starcza

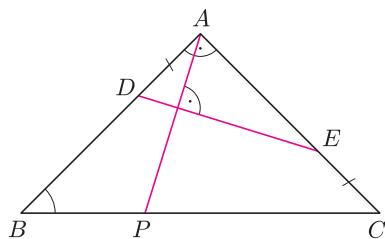
fantazji i możliwości technologicznych. Fantazji musi być w tym wiele, skoro niektórzy eksperymentatorzy twierdzą, iż tędy wiedzie droga do zbudowania komputera kwantowego.

Tego typu badania z pewnością torują drogę do odkrywania nowych zjawisk fizycznych, bowiem tak jak nieprzewidywalny jest ruch chaotyczny, tak nie możemy przewidzieć, jak zaskakujące okażą się wyniki badań i, co bardziej intryguje, jakie zrodzą się nowe pytania.



Zadania

Redaguje Waldemar POMPE



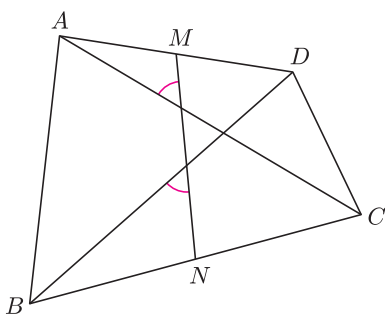
Rys. 1

M 1057. Rozstrzygnąć, czy dla dowolnej liczby naturalnej $n \geq 3$ istnieje n punktów na płaszczyźnie o następującej własności: odległość między dowolnymi dwoma danymi punktami jest liczbą niewymierną, zaś pole dowolnego trójkąta o wierzchołkach w danych punktach jest liczbą wymierną.

Rozwiązanie na str. 16

M 1058. Dany jest trójkąt ABC , w którym $AB = AC$ oraz $\sphericalangle A = 90^\circ$ (rys. 1). Punkty D i E leżą odpowiednio na bokach AB i AC , przy czym $AD = CE$. Prosta przechodząca przez punkt A i prostopadła do prostej DE przecina prostą BC w punkcie P . Wykazać, że $AP = DE$.

Rozwiązanie na str. 3

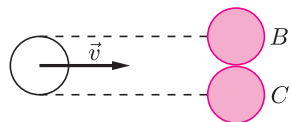


Rys. 2

M 1059. W czworokącie wypukłym $ABCD$ przekątne AC i BD są równej długości (rys. 2). Punkty M i N są odpowiednio środkami boków AD i BC . Wykazać, że prosta MN tworzy równe kąty z przekątnymi AC i BD .

Rozwiązanie na str. 3

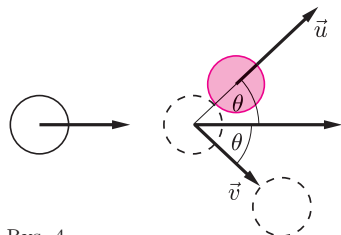
Redaguje Mikołaj KORZYŃSKI



Rys. 3

F 617. Biała bila uderza z prędkością $40 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ w dwie identyczne bile B i C (o tej samej masie i promieniu, co biała) stykające się (rys. 3). Obliczyć końcową prędkość bil zakładając, że zderzenie jest idealnie sprężyste, bez tarcia, i następuje najpierw z bilą B (np. dlatego, że jest ona minimalnie przesunięta w stosunku do C). Jak zmieniłaby się sytuacja, gdyby zderzenie nastąpiło najpierw z bilą C ?

Rozwiązanie na str. 16



Rys. 4

F 618. Bila uderza w nieruchomą, identyczną bilę (rys. 4). Jaki musi być kąt θ , aby po zderzeniu bile rozbiegły się pod tym samym kątem w stosunku do prędkości początkowej \vec{v} ?

Rozwiązanie na str. 16