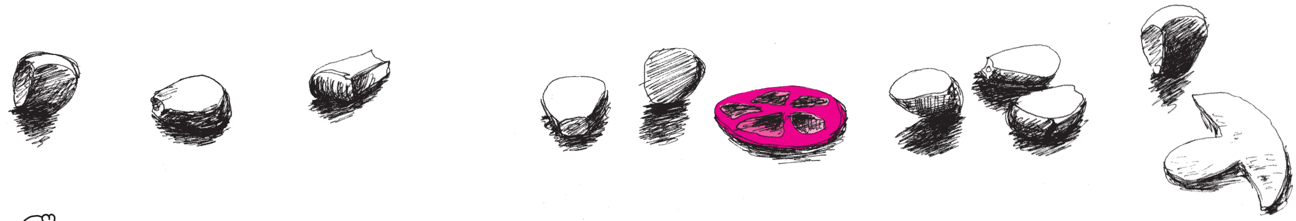
Wykazaliśmy zatem, że typowy układ będzie dążył do stanu równowagi, w którym liczba czarnych kulek jest równa liczbie białych kulek i że jest to typowe zachowanie się tylko w pewnej skali czasu. Co więcej, można wykazać, że odchylenie standardowe maleje wraz z N zgodnie z prawem

$$\left(\left\langle \left[\frac{\Delta(t)}{\Delta(0)} - (1-2\mu)^t\right]^2 \right\rangle\right)^{\frac{1}{2}} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}, \tag{16}$$

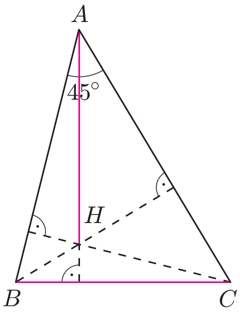
co oznacza, że w dużym zespole statystycznym większość układów zachowuje się (w odpowiedniej skali czasu) po boltzmannowsku. Nie wyklucza to faktu, że mogą istnieć w zespole także inne, bardzo szczególne układy, które zachowują się w sposób zupełnie inny niż średnie opisane powyżej, na przykład gdy znaczniki rozmieścimy na okręgu regularnie. Jeśli znacznik znajduje się w co drugim punkcie (wymaga to, by N było liczbą parzystą), to po dwóch skokach każda kulka dwukrotnie zmienia kolor, czyli układ wraca do stanu sprzed dwóch skoków, zachowując się periodycznie z okresem 2. Nie jest to ani boltzmannowskie, ani antyboltzmannowskie zachowanie się układu. Czytelnik bez trudu sam znajdzie inne przykłady. Jednak są to zawsze bardzo nieliczne w zespole układy. Zdecydowana większość układów zachowuje się w sposób bliski średniej.



Zadania

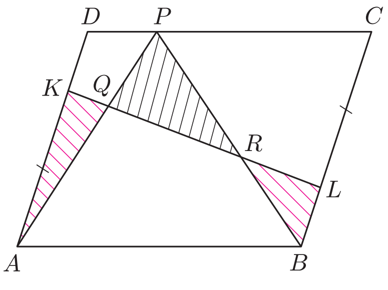
Redaguje Waldemar POMPE

M 1054. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC, w którym $\sphericalangle BAC = 45°$.



Punkt H jest punktem przecięcia wysokości trójkąta ABC. Wykazać, że $AH = BC$.
Rozwiązanie na str. 5

M 1055. Punkty K i L leżą odpowiednio na bokach AD i BC równoległoboku $ABCD$, przy czym $AK = CL$.



Punkt P leży na odcinku CD. Prosta KL przecina odcinki AP i BP odpowiednio w punktach Q i R. Wykazać, że

$$[AKQ] + [BLR] = [PQR],$$

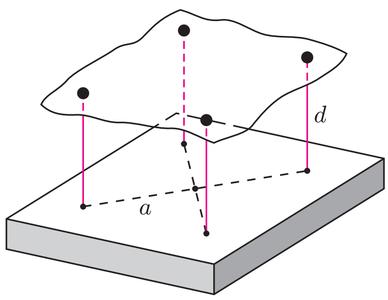
gdzie $[XYZ]$ oznacza pole trójkąta XYZ.
Rozwiązanie na str. 5

M 1056. Liczbę rzeczywistą dodatnią nazwiemy *szczęśliwą*, jeśli jej rozwinięcie dziesiętne nie zawiera po przecinku cyfr różnych od 1 lub 7. (Np. liczba $13,71717777\ldots$ jest szczęśliwa, a $77,07717171\ldots$ nie jest.) Wykazać, że każdą liczbę rzeczywistą większą od 1 można przedstawić w postaci sumy dziewięciu liczb szczęśliwych.
Rozwiązanie na str. 14

Redaguje Mikołaj KORZYŃSKI

F 615. Natężenie światła w czystym powietrzu maleje według wzoru $I(r) = \dfrac{I_0}{r^2}$, gdzie r to odległość od źródła. Jak zmienia się ta zależność, gdy w powietrzu znajduje się pochłaniający światło pył o koncentracji n (liczbie drobin na jednostkę objętości) i polu powierzchni drobiny A?
Rozwiązanie na str. 6

F 616. Rozpatrzmy układ jak na rysunku.



Wiszącą płytę o masie $m = 3$ kg i momencie bezwładności $I = 0{,}1\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$, $a = d = 0{,}5$ m, wprawiono w małe drgania poprzez skręcenie względem osi przechodzącej przez środek płyty. Obliczyć częstotliwość drgań.
Rozwiązanie na str. 16