

Klasyfikacja skończonych grup prostych

Wszystkie izometrie płaszczyzny nakładające ustaloną figurę na siebie tworzą zbiór przekształceń, zamknięty ze względu na składanie i odwracanie. Zbiór ten, zwany grupą symetrii własnych figury, mierzy symetryczność: figurę bardzo symetryczną można nakładać na siebie na wiele różnych sposobów.

Już w XIX wieku zauważono, że tak samo można mierzyć symetryczność dowolnych obiektów matematycznych (wielomianów, systemów liczbowych itd). Doprowadziło to do powstania pojęcia abstrakcyjnej grupy: jest to zbiór G wyposażony w łączne mnożenie (odpowiednik składania przekształceń). Ponadto każda grupa powinna mieć element neutralny, każdy zaś element $g \in G$ – odwrotność $g^{-1} \in G$.

W skończonym zbiorze można wprowadzić takie mnożenie na skończenie wiele sposobów – teoretycznie istnieje więc możliwość sporządzenia pełnej listy grup o co najwyżej n elementach. W praktyce jest to niewykonalne; znamy interesujące grupy o setkach tysięcy elementów, podczas gdy różnych grup dla $n \leq 2000$ jest już blisko 5 miliardów!

Istnieje inny, bardziej efektywny sposób klasyfikowania grup skończonych. Jeśli $H \subset G$ jest podgrupą G , to zbiór G można rozłożyć na parami rozłączne podzbiory (warstwy) $G = H_1 \cup \dots \cup H_m$: elementy $x, y \in G$ zaliczymy do tej samej warstwy, gdy $xy^{-1} \in H$.

Warstwy te można mnożyć w następujący sposób: aby obliczyć $H_i \cdot H_j$ bierzemy dowolne $x \in H_i, y \in H_j$. Wtedy $x \cdot y$ leży w jednej z warstw H_k , więc definiujemy $H_i \cdot H_j = H_k$. Podgrupę $H \subset G$ nazywamy *normalną*,

jeśli ta definicja jest poprawna, tj. wynik mnożenia nie zależy od wyboru x, y . Wtedy zbiór warstw wraz z tym mnożeniem tworzy m -elementową grupę, oznaczaną przez G/H . Jeśli $1 < |H| < |G|$, to opis grupy G redukuje się do opisu *mniejszych* grup: H oraz G/H .

Pozostaje opisać grupy skończone bez właściwych podgrup normalnych, czyli tzw. *grupy proste*.

W roku 1984 ogłoszono zakończenie procesu ich klasyfikacji. Było to przedsięwzięcie bez precedensu: kompletowanie listy grup prostych zajęło ponad 30 lat, a wyniki tych badań są opisane w około 500 pracach naukowych kilkuset autorów, zajmujących w sumie prawie 10 000 stron druku!

Jaka wygląda ta lista? Bez dalszych wyjaśnień, wyliczmy. Każda skończona grupa prosta albo należy do jednej z trzech, znanych od dawna, nieskończonych rodzin grup „klasycznych”:

- 1) grupy cykliczne C_n , gdzie n jest liczbą pierwszą,
- 2) grupy A_n permutacji parzystych,
- 3) grupy „typu Lie” nad ciałami skończonymi,

albo jest jedną z 26 grup sporadycznych: $M_{11}, M_{12}, M_{22}, M_{23}, M_{24}, J_1, J_2, J_3, J_4, HS, Mc, Suz, Ru, He, Ly, ON, .1, .2, .3, M(22), M(23), M(24)', F_5, F_3, F_2, F_1$.

Grupy sporadyczne wypisane są tu w porządku rosnącym; największa z nich – grupa Fishera F_1 – ma $2^{46} \cdot 3^{20} \cdot 5^9 \cdot 7^6 \cdot 11^2 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71 \approx 10^{54}$ elementów.

Zbigniew MARCINIAK

Pozasłoneczne układy planetarne

Pierwszy pozasłoneczny układ planetarny został odkryty w 1992 roku przez Aleksandra Wolszczana. Jego obiektem centralnym jest gwiazda neutronowa – obiekt o rozmiarach niewielkiej planetoidy i masie porównywalnej z masą Słońca, który zamiast światła widzialnego emituje fale radiowe, promienie rentgenowskie i wysokoenergetyczne cząstki elementarne. Taki obiekt powstaje podczas wybuchu supernowej – potężnej eksplozji kończącej życie gwiazdy o masie co najmniej dziesięciokrotnie większej od masy Słońca. Ponieważ supernowa na pewno zniszczyłaby lub odrzuciła okrążające ją planety, układ Wolszczana musiał powstać już po wybuchu. Prawdopodobnie supernowa miała niewielkiego gwiazdowego towarzysza, który „przeżył” wybuch i powoli „parował” pod działaniem strumieni cząstek elementarnych, przy czym część traconej przez niego materii utworzyła cienki dysk otaczający gwiazdę neutronową. Warunki panujące w takim dysku mogły sprzyjać formowaniu się planet.

Kolejną przełomową datą w historii pozasłonecznych układów planetarnych jest rok 1995, w którym Michel

Mayor i Didier Queloz znaleźli planetę przy zwykłej gwiazdzie podobnej do Słońca. Od tej pory doniesienia o odkryciu kolejnych układów planetarnych pojawiają się średnio raz na miesiąc, a liczba znanych planet krążących wokół innych słońc przekroczyła już setkę. Większości odkryć dokonano metodą spektroskopową, obserwując efekt Dopplera związany z drobnymi ruchami gwiazdy wokół środka masy układu planetarnego. Współczesne spektrografy mierzą prędkość radialną z dokładnością 1 m/s, co w Układzie Słonecznym oglądanym z zewnątrz umożliwiłoby wykrycie obecności Saturna (pod warunkiem, że obserwacje byłyby prowadzone przez co najmniej 30 lat – tyle, ile wynosi okres orbitalny Saturna).

Ostatnio coraz większe znaczenie zdobywa metoda fotometryczna, w której poszukuje się tzw. tranzytów – nieznacznych „przygaśnień” gwiazdy spowodowanych zakryciem części jej tarczy przez okrążającą ją obiekt. Pionierami tej metody są Andrzej Udalski (który zaobserwował tranzyty i wytypował szereg gwiazd „podejrzanych” o posiadanie układów planetarnych)