



## Dziwny atraktor Lorenza

Badanie (deterministycznych) zjawisk chaotycznych jest jednym z najmłodniejszych kierunków we współczesnych naukach przyrodniczych<sup>(1)</sup>. Formułowane są opinie, że teoria chaosu, obok teorii względności i mechaniki kwantowej, jest trzecią wielką rewolucją naukową.

Jednym z możliwych sposobów opisu chaosu jest badanie obiektów, zwanych *dziwnymi atraktorami*.

Globalny atraktor jest zbiorem, do którego zbliżają się asymptotycznie orbity (trajektorie) startujące z jego dopełnienia. Poznanie dynamiki w atraktorze pozwala zatem zrozumieć długookresową dynamikę danego układu. Atraktory układów  $n$ -wymiarowych (z czasem ciągłym), dla  $n \geq 3$  mogą mieć bardzo skomplikowaną strukturę geometryczną<sup>(2)</sup>. Atraktory o skomplikowanej strukturze, to właśnie dziwne atraktory (nazywa się je też chaotycznymi).

Jednym z najbardziej znanych dziwnych atraktorów jest atraktor Lorenza dla 3 równań różniczkowych zwyczajnych (zwanych układem Lorenza), będących bardzo uproszczonym modelem konwekcji cieplnej. Geometryczna struktura atraktora Lorenza przypominająca motyla była znana z symulacji komputerowych od dziesiątków lat: można ją zobaczyć w każdej publikacji poświęconej atraktorom. Jednakże mimo licznych prób w ostatnim ćwierćwieczu XX wieku wydawało się, że ścisły dowód, iż atraktor Lorenza jest dziwnym atraktorem, leży poza możliwościami matematyków. Było to jedno z największych wyzwań dla świata matematyki. W roku 1995 Mischaikov i Mrozek<sup>(3)</sup> pokazali, że układ Lorenza ma bardzo bogatą dynamikę, ale problem istnienia dziwnego atraktora Lorenza był w dalszym ciągu otwarty. W roku 1998 problem ten został uznany przez

Stevena Smale'a za jeden z 18 najważniejszych nierozwiązanych problemów matematycznych pod koniec XX wieku („XIV problem Smale'a”)<sup>(4)</sup>. W roku 1999 okazało się, że XIV problem Smale'a został rozwiązany: Warwick Tucker z Uppsali zaanonsował<sup>(5)</sup> pozytywne rozwiązanie problemu istnienia dziwnego atraktora Lorenza. Dowód W. Tuckera jest oparty na ścisłych metodach numerycznych<sup>(6)</sup>.

<sup>(1)</sup> O popularności tych badań świadczy liczba publikacji, opracowań i książek poświęconych *chaosowi deterministycznemu* (D.A. Hill – *Chaotic chaos*, Math. Intellig., 22, 2000 – doliczył się ponad 7000 pozycji), a także fakt, że naukowcy dostrzegają zjawiska chaotyczne w wielu procesach przyrodniczych (np. jeden z paragrafów rozdziału VII książki *Strzałka czasu* Coveneya i Highfielda nosi tytuł *Chaos przyczyną seksu*).

<sup>(2)</sup> Układy jedno-, lub dwuwymiarowe z czasem ciągłym nie mogą mieć atraktorów o skomplikowanej strukturze, a zatem nie mogą mieć skomplikowanej dynamiki.

<sup>(3)</sup> Bull. Amer. Math. Soc., 32, 1995, 66–72.

<sup>(4)</sup> Lista 18 Problemów Smale'a (Math. Intellig., 20, 2, 1998, 7–15) została zaproponowana w podobnym duchu, jak lista 23 najważniejszych problemów matematycznych D. Hilberta *Problemy przyszłości matematyki* w roku 1900 u progu XX w.

<sup>(5)</sup> Compt. Rend. Acad. Sci., Paris, Math., 328, 1999, 1197–1202.

<sup>(6)</sup> Pełny dowód W. Tuckera ukazał się w roku 2002 (Found. Comput. Math., 2, 2002, 53–117). Przegląd idei matematycznych dotyczących badania atraktora Lorenza oraz idei dowodowych W. Tuckera można znaleźć w artykule Marcelo Viany (Math. Intellig., 22, 2000, 6–19).

Mirosław LACHOWICZ

## Kondensacja Bosego–Einsteina

W 1995 roku zespół badawczy z Boulder (Kolorado) wytworzył niezwykłą kroplę. Ochładzając kilka tysięcy atomów rubidu do temperatury rzędu jednej stumiliardowej stopnia powyżej zera bezwzględnego uzyskano warunki, w których na prawie 10 sekund atomy straciły swoją tożsamość i upodobniły się do siebie pod względem własności fizycznych. Wytworzony w ten sposób, po raz pierwszy w gazie, tzw. kondensat Bosego–Einsteina był doświadczalnym urzeczywistnieniem teoretycznych przewidywań Alberta Einsteina i hinduskiego fizyka Satyendry Natha Bosego z 1924 roku. W temperaturze pokojowej atomy gazu poruszają się chaotycznie wewnątrz całej objętości pojemnika, w którym się znajdują. Ich prędkości (a co za tym idzie, energie) są bardzo zróżnicowane: jedne atomy poruszają się z bardzo dużą prędkością, inne z mniejszą, przy czym wartość średnia kwadratów prędkości jest proporcjonalna do temperatury gazu. Uogólniając pracę Bosego z 1920 roku, Einstein przewidywał, że jeśli taki gaz zostanie odpowiednio oziębiony, to większość atomów będzie się znajdowała w stanie o najniższej możliwej

energii. Fale, które w matematycznym formalizmie teorii opisują fizyczne cechy atomów, takie jak np. położenie i prędkość, zlewają się wzajemnie i nie można odróżnić jednego atomu od drugiego.

Przewidziane przez Einsteina istnienie takiej formy materii nie spotkało się początkowo z dużym zainteresowaniem fizyków. Było to spowodowane głównie niewiarą w możliwość uzyskania dostatecznie niskiej temperatury potrzebnej do istnienia kondensatu. Jednak postęp, który w ciągu kilkunastu lat dokonał się w technologii chłodzenia, umożliwił próby stworzenia warunków odpowiednich do zajścia kondensacji Bosego–Einsteina.

Wytworzenie kondensatu było nie tylko wyzwaniem samym w sobie, wyprodukowaniem nowej formy materii, ale też możliwością zaobserwowania w warunkach makroskopowych subtelnych efektów kwantowych, możliwością podejrzenia „gołym okiem” dziwnego świata mechaniki kwantowej.

Nagroda Nobla w 2001 roku (Aktualności, *Delta* 1/2002).

E. Cz.