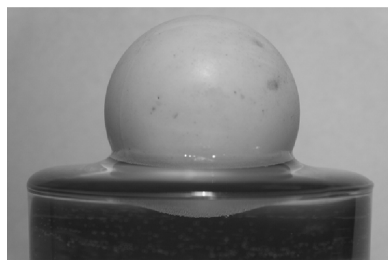


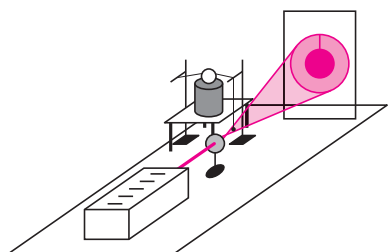
Piłeczka w szklance wody

Andrzej HRYCZUK, Robert ŻAK

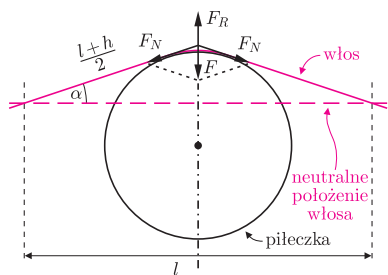
Na pytanie, jaki kształt ma powierzchnia wody w naczyniu, większość ludzi z pewnością odpowiedziałaby, że jest ona płaska. Dla szerokich naczyń rzeczywiście byłoby to dobre przybliżenie, lecz wystarczy przypomnieć sobie rurki kapilarne, by odpowiedź ta przestała być oczywista. Przecież w takich przypadkach napięcie powierzchniowe sprawia, że kształt powierzchni wody przybliży się nie do płaszczyzny, lecz do wycinka sfery! Ten prosty fakt pozwala nam sobie uświadomić, że w rzeczywistości nawet dla szerszych naczyń powierzchnia wody jest lekko wykrzywiona, co może prowadzić do zaobserwowania różnych interesujących efektów. W niniejszym artykule chcielibyśmy się zająć jednym z takich zjawisk, a mianowicie zachowaniem się piłeczki pingpongowej w szklance wody.



Fot. 1

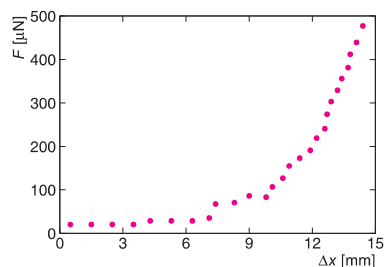


Rys. 2. Schemat układu pomiarowego.



Rys. 3. Związek między siłą F_R , z jaką piłeczka działa na włos, a wysokością h , na jaką podniesie się kuleczka plastelinowa. $F_R = F = 2F_N \sin \alpha$, ale $\cos \alpha = \frac{l}{l+h}$, więc

$$F_R = \frac{2mg\sqrt{h^2 + 2hl}}{h+l}.$$



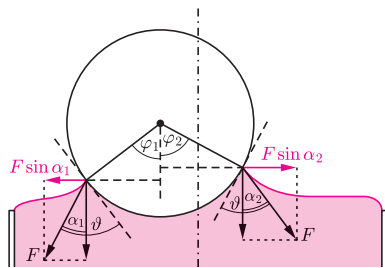
Rys. 4. Zależność wartości siły działającej na piłeczkę od jej położenia.

Wpierw nalejmy do szklanki trochę wody i włóżmy do niej piłeczkę. Zamiast stać w miejscu, zbliży się ona i przylegnie do ścianki szklanki. Dolejmy wody, tak by powstał menisk wypukły. Teraz dla odmiany łatwo zaobserwujemy, że po chwili zatrzyma się ona na samym środku szklanki (fot. 1). Co więcej, po drobnym wychyleniu z położenia równowagi zaczyna ona poruszać się ruchem drgającym o gasnącej amplitudzie. Zbadajmy zachowanie piłeczki w tym drugim przypadku.

Pierwszym jakościowym wnioskiem, jaki możemy wyciągnąć, jest to, że w środku szklanki piłeczka osiąga położenie równowagi stabilnej, czyli energia potencjalna układu przyjmuje wartość minimalną. Oczywiście, pełny, ilościowy opis zależności energii potencjalnej od położenia piłeczki wystarczyłoby do znalezienia jej ruchu i zbadania stabilności położenia równowagi. Jak jednak go uzyskać? Nasuwającą się od razu metodą jest zmierzenie siły wypadkowej działającej na piłeczkę w zależności od położenia. Wtedy wyznaczenie funkcji energii potencjalnej nie przedstawiałoby żadnych trudności. Powstaje jednak problem, jak zbudować na tyle czuły układ pomiarowy, dysponując jedynie prostym sprzętem. Zaproponujemy tutaj metodę wykorzystującą układ optyczny (rys. 2). Szklankę z piłeczką umieszczamy na wypoziomowanej, osłoniętej platformie. Na dwóch statywach rozpinamy cienki włos z przyczepioną u jednego końca kuleczką z plasteliny o masie 20 miligramów i umieszczamy go tak, by stykał się z piłeczką na wysokości jej środka. Następnie ustawiamy soczewkę skupiającą i przepuszczamy przez nią wiązkę lasera tak, by padała ona na wiszącą kuleczkę. Na ekranie oddalonym o pięć metrów obserwujemy obraz kuleczki powiększony około dwustu razy (wartość ta została zmierzona poprzez dokładny pomiar rzeczywistego rozmiaru kuleczki i szerokości obrazu). Zastanówmy się, co się stanie, gdy tak przesuniemy szklankę, by piłeczka nie mogła ustawić się na jej środku z powodu reakcji rozpiętego włosa. Skoro piłeczka pozostaje w równowadze, to z trzeciej zasady dynamiki wynika, że siły na nią działające muszą się równoważyć. Oznacza to, że siła reakcji włosa jest co do wartości równa poszukiwanej przez nas sile, z jaką woda działa na piłeczkę. Natomiast tę siłę reakcji możemy wyznaczyć wiedząc, że siła naprężenia włosa wynosi mg , gdzie m – masa kuleczki plastelinowej (patrz rys. 3).

Dzięki znacznemu powiększeniu jesteśmy w stanie zmierzyć, o ile podnosi się plastelinowa kuleczka. Następnie powtarzamy pomiar dla różnych położenia piłeczki na powierzchni wody, co pozwala nam wyznaczyć szukaną zależność. Wyniki otrzymane w naszym eksperymencie przedstawione są w postaci wykresu (rys. 4).

Zauważmy, że otrzymane wartości sił są bardzo małe, rzędu 10^{-4} N. Przybliży nas to do wyjaśnienia zagadki ruchu piłeczki, gdyż potwierdza nasze



Rys. 5. Siły działające na piłeczkę.



Rys. 6. Kształt menisku w zależności od położenia piłeczki.

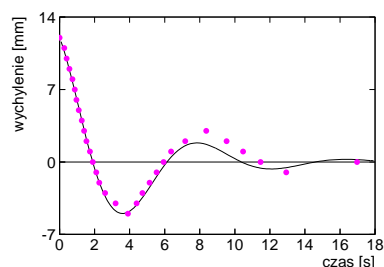
przypuszczenia, że spowodowany jest on siłami napięcia powierzchniowego. Na rysunku 5 przedstawione są siły działające na piłeczkę z uwzględnieniem sił napięcia powierzchniowego (możemy dla uproszczenia rozpatrywać sytuację dwuwymiarową, ze względu na symetrię układu). Ponieważ kąt zwilżania zależy tylko od granicy faz, to widzimy, że różnice w poziomej składowej napięcia powierzchniowego z prawej i lewej strony piłeczki muszą wynikać z różnicy kątów α_1 i α_2 . W rzeczywistości występuje różnica w wysokości punktów styku piłeczki z wodą po przeciwnych stronach piłeczki, co wpływa na wartości tych kątów (jak widzimy na rysunku 5: $\alpha_i = \varphi_i + \vartheta - \frac{\pi}{2}$, skąd $\sin \alpha_1 < \sin \alpha_2$). Zaobserwować ją można, robiąc zdjęcia już z kilkukrotnym powiększeniem. Na podstawie takich zdjęć wyznaczone zostały kształty menisków, poprzez odczytanie piksel po pikselu punktów na powierzchni wody. Wyniki te zostały umieszczone na rysunku 6, gdzie kolejne krzywe przedstawiają kształt powierzchni wody dla różnych położenia piłeczki. Dodajmy jeszcze, że do problemu można podejść, używając zamiast pojęcia siły pojęcia ciśnienia. Wtedy różnica ciśnień po przeciwnych stronach piłeczki spowodowana będzie innymi wartościami promienia krzywizny powierzchni wody.

Niestety, przedstawiona teoria nie pozwala na wyznaczenie analitycznie zależności siły wypadkowej od położenia w prosty sposób, a jedynie daje jakościowe wyjaśnienie obserwowanego zjawiska. Jednakże popatrzmy jeszcze raz na empirycznie otrzymaną zależność (rys. 4). Uderzający jest jej wygląd dla małych wychyleń piłeczki z położenia równowagi, gdyż wydaje się, jakby mogła być przybliżona linią prostą. Nasuwa to podejrzenie, że obserwowane drgania dadzą się opisać równaniem tłumionego oscylatora harmonicznego. Jeśli jest tak w istocie, to powinniśmy zaobserwować charakterystyczny ruch piłeczki w zależności od czasu. By się o tym przekonać, wykonaliśmy kolejne doświadczenie. Szklanka umieszczona na wypoziomowanej i osłoniętej platformie znajdowała się tym razem pod szybką z naniesioną kratką z podziałką milimetrową. Wychylając piłeczkę z położenia równowagi i filmując z góry jej ruch, otrzymaliśmy materiał filmowy, z którego odczytaliśmy położenie w zależności od czasu. Zależność tę przedstawiliśmy na wykresie (rys. 7). Do uzyskanych punktów dopasowaliśmy, zgodnie z naszymi założeniami, funkcję postaci

$$x(t) = Ae^{-kt} \cos(\omega t + \varphi), \text{ gdzie } \begin{aligned} A &= 12,2 \pm 0,4 \text{ [mm]}, \\ k &= 0,24 \pm 0,1 \text{ [1/s]}, \\ \omega &= 0,74 \pm 0,1 \text{ [1/s]}, \\ \varphi &= 0,17 \pm 0,4 \text{ [rad]}, \end{aligned}$$

stanowiącą rozwiązanie równania oscylatora harmonicznego. Otrzymaliśmy potwierdzenie faktu, iż dla małych wychyleń z położenia równowagi siła działająca na piłeczkę zmienia się liniowo wraz z położeniem, czyli że energia potencjalna da się opisać funkcją kwadratową, z minimum w środku szklanki. Stanowi to poszukiwany dowód ilościowy na obserwowany fakt, iż w środku szklanki piłeczka osiąga stan równowagi stabilnej.

Można teraz postawić pytanie: od jakich parametrów zależy stabilność tej równowagi? Jak już wspomnieliśmy we wstępie, ogromne znaczenie ma zarówno szerokość naczynia, jak i jego kształt (bardzo zajmujące może być wykonanie powyższych eksperymentów dla naczynia o przekroju w kształcie prostokąta bądź elipsy). Szerokim polem badań jest także rozszerzenie problemu na inne ciecze. Inne wartości lepkości czy napięcia powierzchniowego w znaczący sposób zmieniają charakter zachowania się piłeczki. Na koniec chcielibyśmy zadać pytanie. Co byśmy zaobserwowali, gdyby woda nie zwilżała piłeczki (czyli pomiędzy piłeczką a wodą byłby menisk wypukły)? Czy można przeprowadzić ukazujące to doświadczenie?



Rys. 7. Drgania piłeczki w zależności od czasu.

