



Rozwiązanie zadania F 606.

Z warunku równowagi sił działających na układ kulek mamy:

$$F = \frac{2}{3} \pi R^3 (\rho_1 + \rho_2 - 2\rho_0)g = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ N.}$$



Rozwiązanie zadania M 1041.

Z równości $a - b = \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$ wynika, że

$$\sqrt[3]{8n+3} - 2\sqrt[3]{n} < \frac{3}{12\sqrt[3]{n^2}} = \frac{1}{4}n^{-2/3}.$$

Zatem

$$\begin{aligned} (\sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{8n+3})^3 &< \left(3\sqrt[3]{n} + \frac{1}{4}n^{-2/3}\right)^3 \leq \\ &\leq 27n + \frac{27}{4} + \frac{9}{16n} + \frac{1}{64} < 27n + 8. \end{aligned}$$

Z drugiej strony, stosując wzór

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b),$$

widzimy że

$$27n + 3 < (\sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{8n+3})^3.$$

Łatwo można sprawdzić, że m^3 , dla $m \in \mathbb{Z}$, może dać tylko reszty 0, 1 lub 8 z dzielenia przez 9. Zatem żadna z liczb $27n + 2, 27n + 3, \dots, 27n + 7$ nie jest sześcianem liczby całkowitej. Dlatego liczby $27n + 1$ oraz $(\sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{8n+3})^3$ leżą pomiędzy tymi samymi sześcianami dwóch kolejnych liczb naturalnych, więc ich pierwiastki stopnia 3 mają tę samą część całkowitą.

Piłka tenisowa o masie – dla prostoty rachunku – 0,1 kg lecąc z prędkością 30 m/s, ma energię około 50 J. Trudno uwierzyć, ale takie energie (rzędu 10^{20} eV) sporadycznie obserwuje się u cząstek promieniowania kosmicznego, którymi zapewne są – uwaga! – pojedyncze protony. Trzeba przyznać, że jest to zjawisko bardzo rzadkie – naziemne detektory promieniowania kosmicznego zarejestrowały dotychczas około 25 takich przypadków. Nie jest jasne, jaki mechanizm powoduje przyspieszanie cząstek elementarnych do tak fantastycznych energii. Eksplozje supernowych, które zapewne mają swój wkład w obecność promieniowania kosmicznego, są zbyt słabe. Większe energie mogłyby cząstki uzyskiwać w pobliżu np. czarnej dziury stanowiącej jądro aktywnej galaktyki. Niestety, aktywne galaktyki są na ogół bardzo odległe, a po drodze szybkie protony musiałyby zostać wyhamowane wskutek zderzeń z kwantami mikrofalowego promieniowania tła. Przypuszcza się, że rozpędzanie cząstek odbywa się w wyniku ich zderzeń z ruchomymi obłokami plazmy, obdarzonymi polem magnetycznym. To właśnie pola magnetyczne grałyby rolę „rakiet” odbijających piłkę i nadających jej w kolejnych uderzeniach coraz większą energię.

Oczywiście, kierunek ruchu cząstki wpadającej do detektora nie ma wiele wspólnego z kierunkiem na źródło, z którego cząstka pochodzi – i to nawet, jeżeli pole magnetyczne nie bierze udziału w rozpędzaniu cząstek. Bowiem cząstka, poruszając się nawet w słabym międzygalaktycznym polu magnetycznym, musi odchylić swój tor od pierwotnego kierunku, chyba że ma olbrzymią energię, a źródło jest stosunkowo blisko. Dlatego uwzględnienie hipotetycznego rozkładu pola magnetycznego naszej Galaktyki doprowadziło niektórych badaczy do wniosku, że superszybkie cząstki pochodzą z aktywnej radiogalaktyki M87 w Pannie, odległej o 20 Mpc. Jest to olbrzymia galaktyka eliptyczna, z której centrum, zawierającego najprawdopodobniej masywną czarną dziurę, wystrzeliwiają z przyświelnymi prędkościami dwie strugi materii. Trzeba przyznać, że takie wytłumaczenie pochodzenia superszybkich cząstek nie jest powszechnie uznane, a hipotezy konkurencyjne rozważają nawet możliwość, że cząstki te są produktami rozpadów nieznanymi supermasywnych cząstek powstałych we wczesnych fazach życia Wszechświata.

Tomasz KWAST



Październik

Wybuch gwiazdy nowej to termojądrowa eksplozja wodoru osiadającego na powierzchni białego karła. Źródłem tego wodoru jest czerwony olbrzym stanowiący wraz z białym karłem układ podwójny. Czerwony olbrzym traci własną materię, gdy jego zewnętrzne warstwy zostaną tak rozdęte, że zaczynają tracić więź z własną gwiazdą, a wtedy możliwy staje się przepływ materii na białego karła. Jest on jednak gwiazdą bardzo gorącą, dlatego wodór nie może osiadać na nim dowolnie długo. Gdy zbierze się go dostatecznie dużo, musi nastąpić eksplozja, w której biały karzeł pozbywa się nadmiaru materii i po kilkuset lub kilku tysiącach lat zjawisko może się powtórzyć. Podczas wybuchu gwiazda nowa świeci z mocą nawet miliona Słońc. Nowe wybuchają przypadkowo w różnych miejscach dysku naszej Galaktyki, ale tak się złożyło, że stosunkowo niedawno trzy wybuchły w małym niepozornym gwiazdozbiore Jaszczurki. Ten widoczny wieczorem wysoko na

październikowym niebie gwiazdozbiór został wyróżniony przez Heweliusza. Gwiazdy nowe wybuchły w nim w latach 1910, 1936 i 1950.

Wenus jest w Pannie, a więc za blisko Słońca, by można było ją zobaczyć. Mars jest w Wodniku i widać go dobrze w pierwszej połowie nocy. Jowisz jest w Lwie i wschodzi dopiero nad ranem, a praktycznie przez całą noc widać Saturna, który w październiku jest w Bliźniętach. Pełnia Księżyca wypada 10 X, a nów 25 X. Księżyc zakryje Marsa 6 X, a zjawisko to będzie widać na Tasmanii, Nowej Zelandii i Antarktydzie. 26 X Księżyc zakryje Wenus, ale oba te ciała i tak będą wtedy niemal na jednej prostej ze Słońcem, więc tego zjawiska nikt nie zobaczy. Będzie tam też Merkury, w sumie więc 25–26 X zgrupują się ciasno cztery ciała: Słońce, Księżyc, Merkury i Wenus. Aż szkoda, że tego nie zobaczymy.

T. K.