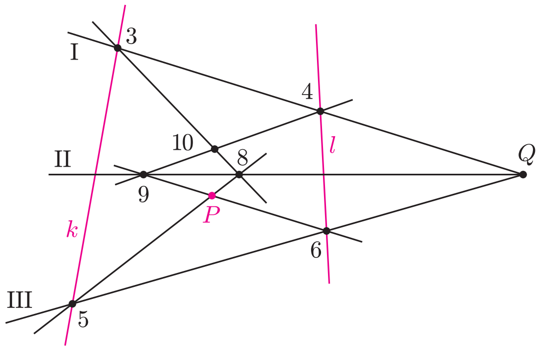
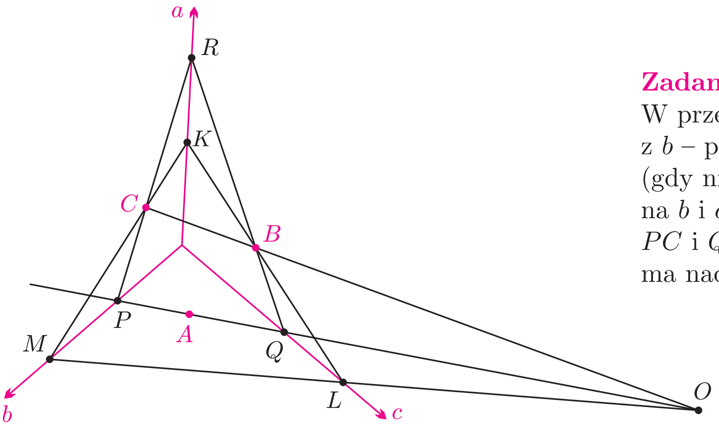
Zadanie 1. Rysujemy trzy proste I, II, III, przechodzące przez dowolnie poza k i l wybrany punkt Q i nieprzechodzące przez P. Przecięcia I i III z k i l oznaczamy 3, 4, 5 i 6 na pamiątkę rysunku z marginesu w *Małej Delcie*, który naśladujemy – punkt P pełni rolę punktu 7. Łącząc P z 5 i z 6, otrzymujemy w przecięciu z II punkty 8 i 9. Łączymy teraz 8 z 3 i 9 z 4, w przecięciu otrzymując punkt 10. Prosta P-10 jest szukaną prostą. Redakcja ma nadzieję, że wiadomo czemu.





Zadanie 2. Obieramy dość dowolnie na a punkt K. W przecięciu prostej KB z c otrzymujemy punkt L, a KC z b – punkt M. Proste BC i LM przecinają się w punkcie O (gdy nie chcą – zmieniamy punkt K). Prosta OA wyznacza na b i c dwa wierzchołki szukanego trójkąta – P i Q. Proste PC i QB przecinają się w trzecim wierzchołku, R. Redakcja ma nadzieję, że wiadomo, dlaczego leży on na a.

Zadanie 7. Niech $a_1, a_2, \ldots, a_n$ będzie zbiorem liczb całkowitych, z których nie wszystkie są jednakowe ($n > 2$). Utworzymy nowy zbiór postaci $\frac{a_1+a_2}{2}, \frac{a_2+a_3}{2}, \ldots, \frac{a_{n-1}+a_n}{2}, \frac{a_n+a_1}{2}$, a z niego według tej samej reguły następny zbiór i tak dalej. Udowodnić, że po kilku krokach powstanie zbiór, w którym nie wszystkie liczby będą całkowite.

Czytelnicy piszą...

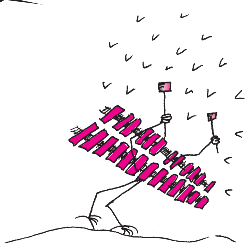
Witam, w numerze *Delty* z lutego 2003 na stronie 7 zadanie nr 7 jest nieprawdziwe! Konkretniej: nie zachodzi dla n parzystych, a kontrprzykład stanowi dowolny ciąg postaci $\{p, q, p, q, \ldots, p, q\}$, w którym p i q są tej samej parzystości.

Poza tym, jeżeli już zgodzić się z jego prawdziwością dla liczb n nieparzystych, to skoro należy tu udowodnić, że po KILKU krokach powstanie ciąg, w którym nie wszystkie liczby będą całkowite, to jest to znów nieprecyzyjne. Łatwo jest przecież tworzyć ciągi, które wymagają KILKUNASTU kroków.

Kamil HAWDZIEJUK

Zadania

Redaguje Ewa CZUCHRY



F 601. Oszacować średnią gęstość Słońca.
Rozwiązanie na str. 16

F 602. Oszacować prędkość spadania spadochroniarza z otwartym spadochronem.
Rozwiązanie na str. 16

Redaguje Mikołaj ROTKIEWICZ

M 1033. Niech
$$W(x) = x^3 + 2000x^2 + 3x + 1.$$
Udowodnić, że istnieje takie $n \in \mathbb{N}$, że $W^n(a) - a$ jest podzielne przez 2003 dla każdego $a \in \mathbb{Z}$, gdzie
$$W^n(x) = \underbrace{W(W(\ldots W(x))\ldots)}_{n \text{ razy}}.$$
Rozwiązanie na str. 6

M 1034. Niech
$$W(x) = (x - a_1)(x - a_2)\ldots(x - a_n) - 1,$$
gdzie $a_1, a_2, \ldots, a_n$, $n \geqslant 2$, są różnymi liczbami całkowitymi. Udowodnić, że $W(x)$ nie jest iloczynem wielomianów o współczynnikach całkowitych stopnia co najmniej 1.
Rozwiązanie na str. 6

M 1035. Czy istnieje taki wielomian $W(x)$, różny od stałej, że dla każdego $n \in \mathbb{N}$ istnieją takie $k, l \in \mathbb{Z}$, $k \neq l$, że
$$W(n) = 2^k + 2^l\,?$$
Rozwiązanie na str. 16