



Rozwiązanie zadania M 1035.

Załóżmy, że $k > l$. Wówczas liczby postaci $2^k + 2^l$ są parami różne. Pokażemy, że dla dowolnego ciągu (a_n) złożonego z liczb postaci $2^k + 2^l$, $k, l \in \mathbb{Z}$, takiego, że $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$, dla nieskończenie wielu n zachodzi

$$(1) \quad \frac{a_{n+1}}{a_n} > \frac{4}{3}.$$

Dla nieskończenie wielu $k \in \mathbb{Z}$ istnieje liczba n_k o własności:

$$a_{n_k} = 2^k + 2^l,$$

dla pewnego $l \in \mathbb{Z}$ ($k > l$) oraz dla dowolnego $n < n_k$ mamy

$$a_n = 2^{k'} + 2^{l'}$$

z $k > k' > l'$. Wówczas

$$\frac{a_{n_k}}{a_{n_k-1}} > \frac{2^k}{2^{k-1} + 2^{k-2}} = \frac{4}{3},$$

co dowodzi (1).

Przyjmując $a_n = W(n)$, łatwo zobaczyć, że

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty \text{ oraz } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1,$$

co jest sprzeczne z (1).

Taki wielomian nie istnieje.



Rozwiązanie zadania F 601.

Średnia gęstość Słońca

$$\rho_S = \frac{M_S}{V_S} = \frac{3}{4\pi} \frac{M_S}{R_S^3}.$$

Z II prawa dynamiki mamy

$$m_Z \frac{4\pi^2 r_{ZS}}{T^2} = G \frac{m_Z M_S}{r_{ZS}^2},$$

stąd

$$\rho_S \approx \frac{24\pi\alpha^3}{T^2 G} \approx 1 \text{ g/cm}^3,$$

gdzie $\alpha = D_S/r_{ZS} \approx 0,01$ – kątowy rozmiar Słońca (D_S – średnica Słońca a r_{ZS} – odległość Ziemi od Słońca), $T \approx \pi \cdot 10^7 \text{ s} \approx 1$ rok, a G – stała grawitacji.



Rozwiązanie zadania F 602.

W czasie Δt na spadochron o powierzchni S uderzy powietrze z prędkością v i o masie $\Delta m \sim \rho v S \Delta t$, przekazując pęd $\Delta m v$. Zatem siła parcia powietrza wynosi $F = \Delta m v / \Delta t \sim \rho v^2 S$. Przy ustalonej równowadze siła ta jest równa sile ciężarzenia działającej na spadochroniarza:

$$\rho v^2 S \approx mg,$$

skąd $v \sim \sqrt{mg/(\rho \pi r^2)} \approx 5 \text{ m/s}$ przy $m \approx 100 \text{ kg}$ i $r \approx 3 \text{ m}$.

Patrz w niebo

Oglądając zdjęcia nieba wykonane kamerą o polu widzenia kilku lub kilkunastu stopni, każdy bez trudu zauważy liczne zgrupowania gwiazd, szczególnie często występujące w Drodze Mlecznej. Są to tzw. gromady otwarte, w których obrazy gwiazd nie zlewają się w jedną plamę świetlną (jak na ogół jest w gromadach kulistych), ale które jednak są wyraźnie widoczne na gwiaździstym tle. Są jednak inne gromady, których gwiazdy rozrzucone są na obszarze nawet kilku gwiazdozbiorów, a więc nie można ich tak zwyczajnie zobaczyć na tle nieba. Rozpoznaje się je na podstawie ruchu tych gwiazd. Jeżeli mianowicie dana gwiazda do gromady należy, to porusza się w przestrzeni z dużą dokładnością równoległe do towarzyszek. Oczywiście, gwiazdy takiej nie można z góry wytypować. Gromada taka nazywa się gromadą ruchomą.

Kilka lat temu w Hydrze odkryto gromadę ruchomą skupiającą wyjątkowo młode gwiazdy – ich wiek ocenia się na 10 mln lat, i leżącą wyjątkowo blisko – w odległości 50 pc. Jej gwiazdy rozsiane są na obszarze 30° . Bardzo interesującą gwiazdą jest w niej nieregularna zmienna TW Hydrae. Wykazuje ona cechy świadczące o tym, że jest bardzo młoda, tak młoda, iż jeszcze nie stała się gwiazdą ciągu głównego. Dowodzi tego np. duża w niej zawartość litu (który zostaje szybko „wypalony” w rozpoczynających się reakcjach termojądrowych). A oznaką młodości całej gromady jest obecność pyłowych obłoków otaczających niektóre jej gwiazdy. Nie byłoby w tym wszystkim nic rewelacyjnego, gdyby nie fakt, że w pobliżu nie ma żadnych obszarów gwiazdotwórczych czy gęstych obłoków materii międzygwiazdowej, z których gromada mogłaby powstać. Jej odkrywcy twierdzą wręcz, że jest ona jak góra lodowa znaleziona u brzegów Hawajów. Podejrzewa się zatem, że została wyrzucona z wielkiej gromady młodych gwiazd położonej na granicy Skorpiona i Centaura, odległej o 120 pc. Grupa gwiazd zawierająca TW Hydrae wzbudziła wielkie zainteresowanie, stwarza bowiem rzadką okazję obserwowania ze stosunkowo małej odległości procesu powstawania gwiazd, jak i – prawdopodobnie – powstawania układów planetarnych.

Tomasz KWAST

Sierpień

Z każdym niemal gwiazdozbiorem nieba północnego związana jest jakaś starożytna legenda. Tarcza, położona wprawdzie 10° na południe od równika niebieskiego, jest jednym z najdalej na północy nieba położonych gwiazdozbiorów, nie mających żadnej legendy. Wprowadził go w 1690 r. Jan Heweliusz na cześć króla Jana Sobieskiego i jego zwycięstwa nad Turkami pod Wiedniem. Według zamiaru Heweliusza gwiazdozbiór miał nazywać się Tarczą Sobieskiego, teraz jednak cały świat zna go pod skróconą nazwą. Jest to mały i słabo widoczny gwiazdozbiór położony w Drodze Mlecznej na południe od Orła. Znajduje się w nim ładna gromada otwarta M11 (czyli NGC 6705) widoczna już przez lornetkę, gdyż jej jasność wynosi 6,3 mag. Leży w odległości 1700 pc, ma rozmiary 6 pc i zawiera niemal 400 gwiazd.

Na sierpniowym niebie z planet widać praktycznie tylko Marsa. Jest on w Wodniku, wschodzi wieczorem i widać go przez całą noc. Wszystkie pozostałe dostrzegalne gołym okiem planety są zbyt blisko Słońca (Wenus na granicy Raka i Lwa, Jowisz w Lwie i Saturn w Bliźniętach). Co prawda w połowie miesiąca można wieczorami próbować szukać Merkurego, gdyż 14 VIII znajdzie się w największej kątowej odległości od Słońca. Pełnia Księżyca wypada 12 VIII, nów 27 VIII. Żadnych zaćmień ani zakryć jasnych obiektów w sierpniu nie będzie.

T. K.