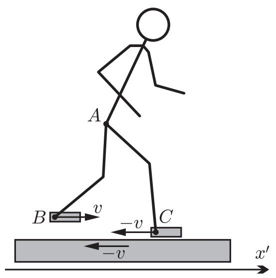
# Paradoks Roberta Korzeniowskiego

*Andrzej DRAGAN*

Rozważmy bardzo szybki, relatywistyczny chód Roberta Korzeniowskiego. Ponieważ wewnątrz obiektów poruszających się z bardzo dużymi prędkościami czas płynie wolniej dla obserwatorów zewnętrznych, należy się spodziewać, że zegarek na ręce Roberta Korzeniowskiego będzie chodził wolniej. Powolniejsze będzie również bicie jego serca. A co można powiedzieć o ruchu jego nóg? Czy *im szybciej będzie szedł, tym wolniej poruszać będzie nogami*? Czy w granicy prędkości światła wcale nie będzie nimi poruszał? W jaki sposób można chodzić, nie ruszając nogami?

Rzeczywiście, z punktu widzenia obserwatora zewnętrznego upływ czasu w układzie Roberta Korzeniowskiego (wielkości w tym układzie oznaczać będziemy literkami z primem) jest powolniejszy. Tempo upływu czasu różni się o czynnik $\sqrt{1-v^2/c^2}$, gdzie $v$ jest prędkością chodu. Nie oznacza to jednak, że można przez tenże czynnik skalować *prędkości* wszystkich ruchów w poruszającym się układzie! Prawo „spowolnionego upływu czasu” o podany czynnik dotyczy obiektów nieruchomych (na przykład zegarów) w poruszającym się układzie odniesienia. Działa ono dobrze również dla obiektów poruszających się powoli w układzie primowanym. Ponieważ jednak ruch nóg w układzie primowanym musi być równie szybki jak ruch piechura, musimy dokonać transformacji Lorentza współrzędnych określających położenie nóg oraz środka masy chodziarza niezależnie. W tym celu wprowadzimy najprostszy z możliwych model chodu.

W całym problemie ważne są naprawdę tylko trzy punkty: środek masy ($A$), i położenie dwóch stóp ($B$ i $C$). Rozważmy sytuację z punktu widzenia Roberta Korzeniowskiego (czyli w układzie primowanym). Przedstawia ją rysunek poniżej.




Prosty model chodu w inercjalnym układzie piechura.

W tym układzie środek masy ($A$) jest nieruchomy, chodnik porusza się do tyłu z pewną prędkością $-v$, stopa aktualnie dotykająca ziemi ($C$) również porusza się z prędkością $-v$, a druga stopa, przenoszona do przodu ($B$) porusza się z prędkością $v$. Zgodnie z przepisami chodu sportowego w każdej chwili co najmniej jedna stopa musi dotykać ziemi. Dlatego Robert Korzeniowski chcąc iść jak najszybciej, stawiając jedną stopę *jednocześnie* odrywa drugą. Powiedzmy, że w chwili $t'=0$ stopa odrywana znajduje się w punkcie $x'^B=-d$, a stopa stawiana w punkcie $x'^C=d$. Natomiast przez cały czas środek masy $A$ znajduje się w punkcie $x'^A=0$. Zmiana stóp następuje w chwili $t'=\frac{2d}{v}$. Przez następne 40 km ruch jest cyklicznie powtarzany.

Jak wygląda chód z punktu widzenia obserwatora stojącego na chodniku (układ nieprimowany), dla którego środek masy Roberta Korzeniowskiego porusza się zgodnie z równaniem $x^A=vt$? Sprawdźmy najpierw za pomocą transformacji Lorentza, jak wyglądają czasoprzestrzenne współrzędne opisujące stawianie i odrywanie stóp. Rozpocznijmy od pierwszego tupnięcia: stopa $C$ postawiona zostaje w punkcie $x^C=\frac{d}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, a stopa $B$ oderwana w punkcie $x^B=-\frac{d}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, czyli krok staje się dłuższy. Okazuje się jednak, że stopy są stawiane i odrywane w różnych chwilach: stopa $B$ zostaje oderwana w chwili $t^B=\frac{-dv/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, jeszcze zanim zostanie postawiona stopa $C$, co ma miejsce w chwili $t^C=\frac{dv/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ (nawiasem mówiąc może to być przyczyną dyskwalifikacji Roberta Korzeniowskiego, mimo iż ten twierdzi, że stopy zmieniał *jednocześnie*). Rozważmy teraz drugie tupnięcie, w którym stopa $B$ zostaje postawiona w punkcie $x^B=\frac{3d}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, a stopa $C$ oderwana w punkcie $x^C=\frac{d}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, zatem krok jest znowu dłuższy. Odpowiednie chwile odpowiadające tym zdarzeniom to $t^B=\frac{2d/v+dv/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ oraz $t^C=\frac{2d/v-dv/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$. Następnie proces powtarzany jest cyklicznie. Sprawdźmy teraz, że czas oderwania stopy od ziemi wynosi: $\Delta t_\uparrow=\frac{2d}{v}\frac{1+v^2/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, natomiast czas, w którym druga stopa dotyka ziemi, to: $\Delta t_\downarrow=\frac{2d}{v}\sqrt{1-v^2/c^2}$. Możemy teraz odpowiedzieć już w pełni na pytanie, co dzieje się z nogami podczas relatywistycznego chodu według naszego prostego modelu. Czas trwania pełnego kroku, w którym stopa jest przenoszona, a następnie spoczywa na ziemi, wynosi: $\Delta t=\Delta t_\uparrow+\Delta t_\downarrow=\frac{4d/v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ i jest dłuższy od czasu $\Delta t'$ widzianego przez Roberta Korzeniowskiego: $\Delta t'=\frac{4d}{v}$. Zatem odpowiedź na pytanie, czy im szybciej idziemy, tym wolniej ruszamy nogami, dla zewnętrznego obserwatora jest, paradoksalnie, twierdząca! W granicy $v\to c$ czas trwania pełnego kroku staje się wręcz nieskończony! Jest i druga ciekawa obserwacja: w tej granicy obie stopy przez większość czasu „fruną w powietrzu”, robiąc ogromne kroki i prawie wcale nie dotykając ziemi.

To ostatnie stwierdzenie staje się wręcz oczywiste, gdy zdamy sobie sprawę, że w układzie Roberta Korzeniowskiego cały zewnętrzny świat (zatem również chodnik) się skraca. I mimo że długość kroku według Korzeniowskiego jest zwyczajna, to skracanie chodnika powoduje, iż każdy krok wiąże się z pokonaniem ogromnego dystansu. Nic więc dziwnego, że z punktu widzenia sędziów kroki piechura stają się nienaturalnie długie. Ponieważ jednak nogi Korzeniowskiego nie mogą się wydłużać, to jedyną możliwością zrealizowania tej sytuacji jest bieg z wydłużoną fazą lotu.