Być albo nie być altruistą – dylemat więźnia

Jacek MIĘKISZ

J.B.S. Haldane, angielski genetyk z pierwszej połowy XX wieku, rozprawiał pewnego dnia w pubie o problemie istnienia zachowań altruistycznych. Teoria ewolucji Darwina uczy nas, że każdy musi dbać o swoje interesy, w przeciwnym razie nasza linia potomna, dziedzicząca nasze zachowanie nieprzystosowane do otaczających nas warunków, zostanie zmieciona przez dobór naturalny.
W jaki sposób altruistyczne zachowanie może być egoistyczne w sensie darwinowskim? – rozmyślał Haldane. Nagle zerwał się znad stołu pokrytego serwetkami pełnymi obliczeń i wykrzyknął „Poświęcę swoje życie dla dwóch braci albo ośmiu kuzynów”.
Aby zrozumieć rozumowanie Haldane'a, musimy przejść przyspieszony kurs genetyki. Każda nasza komórka (oprócz rozrodczych) zawiera 23 pary chromosomów, na których są rozmieszczone geny – nasz plan na przyszłość. W procesie mejozy powstają komórki rozrodcze mające tylko po jednym chromosomie z każdej pary, czyli tylko połowę materiału genetycznego. Każdy z nas w momencie poczęcia, przy złączeniu się komórek rozrodczych, otrzymuje połowę genów od matki i połowę od ojca. Twój brat dzieli więc średnio z Tobą połowę twoich genów, a więc można powiedzieć, że jest on połową Ciebie. Trzech Twoich braci to pod względem genetycznym półtora Ciebie, a więc z punktu widzenia egoistycznych genów warto oddać swoje życie dla trzech braci (w przypadku dwóch braci nasze życie i ich łączne życia są jednakowo warte). Opisane powyżej rozważania stanowią istotę tak zwanego doboru krewniaczego (z ang. *kin selection*), teorii rozwiniętej przez biologa angielskiego Hamiltona w latach sześćdziesiątych poprzedniego wieku. Zastosujmy ją do mrówek. Organizmy, których komórki zawierają pary chromosomów, nazywamy diploidalnymi, a te, których komórki zawierają pojedyncze chromosomy, haploidalnymi. Mrówki są haplodiploidalne. Osobniki żeńskie rozwijają się z zapłodnionych jajeczek, są diploidalne; osobniki męskie natomiast rozwijają się z niezapłodnionych jajeczek, a więc są haploidalne, dostają chromosomy tylko od matki. Wnikliwy czytelnik, mający pod ręką serwetkę, dojdzie natychmiast do następujących wniosków. Siostra mrówka nie poświęciłaby swojego życia, nawet gdyby mogła uratować trzech braci. Natomiast trzy siostry poszłyby w ogień, niosąc pomoc czterem swoim siostrzyczkom (tak jak w przypadku dwóch braci jest to przypadek graniczny).

Wyjdźmy jednak z knajpki i udajmy się na łono natury – tam, gdzie toczą się rzeczywiste walki biologiczne, gdzie jedne gatunki czy zachowania wypierają inne. Pracownice mrówki, pomagające królowej w opiekowaniu się dziećmi, są trzy razy bardziej spokrewnione z siostrami niż z braćmi, powinny więc trzy razy lepiej opiekować się swoimi siostrami (to znaczy karmić je) niż braćmi. I rzeczywiście, biolodzy zaobserwowali, że stosunek ciężaru ciała mrówek rodzaju żeńskiego do mrówek rodzaju męskiego jest w gniazdach bardzo bliski 3:1. Natomiast gdy pracownice nie są spokrewnione ze swoimi podopiecznymi, to wtedy stosunek ten jest równy 1:1.

Ale dlaczego zachowujemy się altruistycznie w stosunku do niespokrewnionych z nami osób? Ujmijmy ten problem na gruncie teorii gier. Przenieśmy się z królestwa genetyki do socjobiologii. Wyobraźmy sobie, że dwaj podejrzani o ciężkie przestępstwo są przesłuchiwani przez policję. Każdemu z nich powiedziano, że jeśli przyzna się do winy, pogrążając w ten sposób swego kompana, który się nie przyzna, to może się spodziewać wyroku mniejszego o 5 lat. Jeżeli obydwaj nie będą wobec siebie lojalni, to odsiedzą w więzieniu o 1 rok mniej; natomiast jeżeli obaj pójdą w zaparte, to z braku bezpośrednich dowodów obciążających mogą liczyć na 3 lata mniej odsiadki. Każdy z nich zadaje sobie pytanie: co robić? Ma do wyboru dwie strategie: nie obciążać kompana, nazwijmy ją Kooperacja (K) lub współpracować z policją, czyli Zdrada (Z). Wypłatami naszych graczy są lata, które będą im darowane. Wypłata gracza zależy od jego strategii i od strategii oponenta. Wypłaty możemy więc zapisać w postaci macierzy U, której element u_{ij} jest wypłatą gracza pierwszego (wierszowego) grającego strategią i, podczas gdy gracz drugi (kolumnowy) gra strategią j. W naszym przypadku wygląda to tak:

$$\mathrm{U} \;=\; \begin{array}{ccc} & \mathrm{K} & \mathrm{Z} \\ \mathrm{K} & 3 & 0 \\ \mathrm{Z} & 5 & 1 \end{array}$$

Gra jest symetryczna, co oznacza, że wypłaty gracza drugiego dane są przez macierz transponowaną do U. Macierz wypłat jest znana każdemu z graczy. Gra jest rozgrywana w ten sposób, że gracze jednocześnie ogłaszają swoje strategie i dostają odpowiednie wypłaty. Zauważmy, że niezależnie od tego, co zrobi gracz kolumnowy, najlepszą odpowiedzią gracza wierszowego, czyli dającą mu największą wypłatę, jest Zdrada. Mówimy, że strategia Kooperacja jest zdominowana i w związku z tym nie ma powodu, by nią grać.

Jest rok 1950. John Nash, doktorant z matematyki na Uniwersytecie Princeton, opracowuje swoją koncepcję równowagi – para strategii (strategia gracza pierwszego, strategia gracza drugiego) stanowi równowagę Nasha, jeśli każda z nich jest najlepszą odpowiedzią na drugą; innymi słowy, żadnemu z graczy nie opłaca się jednostronnie zrezygnować z gry w równowadze, bo na pewno nic na tym nie zyska, a być może straci. Oczywiste jest, że para (Z,Z) stanowi równowagę Nasha. W tym samym roku przeprowadzono eksperyment, w którym dwóch graczy zagrało ze sobą w dylemat więźnia 100 razy z rzędu. Okazało się, że zgodna kooperacja wystąpiła aż 60 razy, a obustronna zdrada tylko 14 razy.

Powyższe wyniki pokazano Nashowi. Nie zgodził się on jednak z sugestią, że eksperyment ten jest testem jego koncepcji równowagi. Nie można interpretować go, mówił, jako ciągu niezależnych gier, lecz raczej jako jedną grę z wieloma ruchami. Rozważmy więc taką wielką grę, zwaną grą iterowaną, i znajdźmy jej równowagi Nasha. Zauważmy przede wszystkim, że w grze iterowanej mamy do dyspozycji bardzo wiele strategii. Strategią jest przepis mówiący nam, co mamy zrobić w każdym kroku (kooperować czy zdradzić) w zależnosci od tego, co zrobił oponent w poprzednich krokach. W poszukiwaniu równowag pomocna będzie technika zwana „indukcją wsteczną”, czyli cofanie się w czasie. W ostatnim, setnym kroku, gracze mogą pomyśleć następująco. Nasz wybór w ostatnim kroku nie ma żadnego wpływu na zachowanie się naszego przeciwnika w przyszłości (bo jej po prostu nie ma) i wobec tego zdradzimy, co jest racjonalnym zachowaniem się w pojedynczej grze. Tak samo myśli nasz przeciwnik i obydwaj wybieramy Z. Wiemy już, co się zdarzy w setnej rundzie, przejdźmy więc do rundy 99. Analogiczne rozumowanie doprowadza nas do zdrady. Indukcja wsteczna wymusza na nas zdradę w każdym kroku aż do rundy pierwszej. Wynika z tego jasno, że jedyną równowagą iterowanej gry dylemat więźnia jest zdrada w każdym kroku. Wygląda więc na to, że jedyną szansą na kooperację jest brak ostatniej rundy. Załóżmy, że gra będzie się toczyć w nieskończoność. Aby uniknąć nieskończonych wypłat, wprowadźmy ich dyskontowanie. Jest rzeczą oczywistą, że złotówka dzisiejsza nie jest równa złotówce jutrzejszej; na przykład za 4 złote jutrzejsze nie kupimy dzisiaj *Delty*. Praktycy finansowi mówią, że 1 złotówka dzisiaj jest równa $1+r$ jutro, gdzie r jest jednodniową stopą procentową, czyli inaczej – złotówka jutrzejsza jest warta dzisiaj δ, gdzie $\delta = 1/(1+r)$ nazywamy dyskontem. Wynika z tego, że jeśli będziemy zarabiać złotówkę codziennie aż do nieskończoności, to wartość obecna naszego strumienia pieniędzy będzie wynosić

$$1+\delta+\delta^2+\delta^3+\ldots = 1/(1-\delta)$$

po zsumowaniu nieskończonego szeregu geometrycznego o ilorazie δ. Ale dosyć tej matematyki finansowej, wracajmy do teorii gier. Przyjrzyjmy się następującej strategii – zaczynamy od kooperacji i kooperujemy dopóty, dopóki przeciwnik nas nie zdradzi, a jeśli to nastąpi, to my zdradzać będziemy już zawsze. Udowodnimy, że strategia ta, nazwijmy ją Zemsta do Końca (ZdK), jest równowagą Nasha, jeśli tylko δ jest odpowiednio bliska jedności.

Twierdzenie. *(ZdK,ZdK) jest równowagą Nasha, jeśli* $\delta \geqslant 3/5$.

Dowód. Wystarczy udowodnić, że ZdK jest najlepszą odpowiedzią na ZdK. Załóżmy, że nasz przeciwnik gra ZdK. Nasza wypłata z gry ZdK jest równa $3/(1-\delta)$. Jeżeli jednak w którymś momencie zdradzimy i zainkasujemy 5, to od następnego momentu przeciwnik nasz będzie zawsze zdradzał i w związku z tym możemy już tylko dostać $1/(1-\delta)$. Jeżeli $3/(1-\delta) \geqslant 5 + 1/(1-\delta)$, czyli $\delta \geqslant 3/5$, to ZdK jest najlepszą odpowiedzią na ZdK, a więc (ZdK, ZdK) jest równowagą Nasha.

Oczywiście (Zawsze Zdradzaj, Zawsze Zdradzaj) jest również równowagą Nasha. Jest jeszcze jedna bardzo ciekawa strategia – Wet za Wet. Rozpoczynamy od współpracy, a następnie powtarzamy ruch przeciwnika z poprzedniej rundy, a więc mścimy się, gdy zdradził i nagradzamy go, gdy kooperował. Poprosimy teraz ciekawskiego Czytelnika, aby obliczył, dla jakich δ (Wet za Wet, Wet za Wet) jest równowagą Nasha. Mamy więc kilka równowag Nasha. Pojawia się klasyczny problem wyboru równowagi Nasha.

W 1980 roku Robert Axelrod, profesor nauk politycznych na Uniwersytecie w Michigan (posiadacz licencjatu z matematyki), przeprowadził następujący eksperyment. Poprosił teoriogrowców, psychologów, socjologów i ekonomistów o przesłanie swoich strategii dla nieskończenie–iterowanego dylematu więźnia. Strategie te brały udział w turnieju, rozgrywając każda z każdą 200 rund dylematu więźnia (bez dyskontowania). Dla każdej ze strategii komputer obliczał uśrednioną po wszystkich spotkaniach sumę wypłat. Okazało się, że najlepsza była strategia Wet za Wet zaproponowana przez Anatola Rapoporta, która zdobyła 504 punkty na 1000 możliwych. W następnym etapie strategie reprodukowały się z liczbą potomków proporcjonalną do uzyskanego wyniku. Wzrastał więc procentowy udział strategii z większymi wypłatami – dobór naturalny Darwina w akcji. Po czym znowu każda ze strategii grała z każdą inną i znowu następna generacja była wynikiem doboru naturalnego. Po wielu generacjach Wet za Wet okazał się strategią najczęściej występującą w populacji. Innymi słowy, Wet za Wet zachowywał się prawie jak punkt stabilny opisanego powyżej układu dynamicznego. Nie jest on jednak punktem asympotycznie stabilnym, ani, jakby to powiedzieli biolodzy, strategią ewolucyjnie stabilną. Po pierwsze, jeżeli do populacji wet-za-wetowców dodamy trochę wiecznych kooperantów, to mogą oni wiecznie z nimi współistnieć. Nie wiemy też, czy nie istnieje jakaś wymyślna strategia, która nie byłaby lepsza od Wetu za Wet. Trwają nadal poszukiwania prostego, ale jednocześnie realistycznego modelu dynamicznego, w którego asymptotycznie stabilnych równowagach obecne będą zachowania altruistyczne.

Analizą matematyczną układów dynamicznych, których stabilnymi punktami są równowagi Nasha, zajmuje się teoria gier ewolucyjnych, o której postaramy się napisać słów kilka w przyszłości.