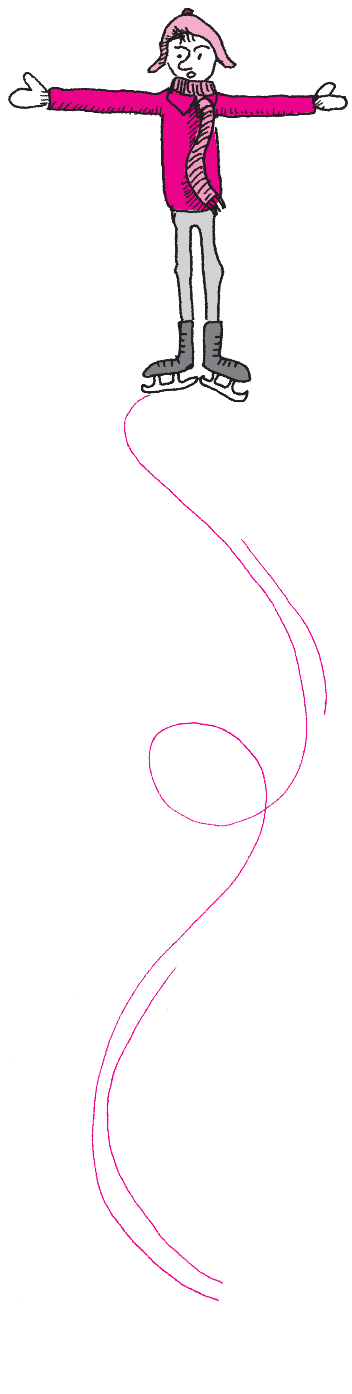
Którędy bliżej, którędy taniej?



Najkrótszą linią między dwoma punktami jest linia prosta – tak przynajmniej twierdzą podręczniki szkolnej geometrii. Chwila zastanowienia wystarcza, by zauważyć, że nie zawsze jest to prawda. Na przykład na powierzchni globusa (Ziemi) najkrótszą linią jest linia najwyraźniej krzywa, mianowicie łuk wielkiego okręgu, bo nie sposób dostać się z jednego miasta do innego po cięciwie łuku, czyli przez wnętrze Ziemi. Oznacza to, że odległość zależy od sposobu jej mierzenia. „Na przełaj” to nie to samo co „linią kolejową”, a będzie jeszcze inaczej, gdy umówimy się mierzyć odległość czasem podróży lub ilością zużytego na nią paliwa.

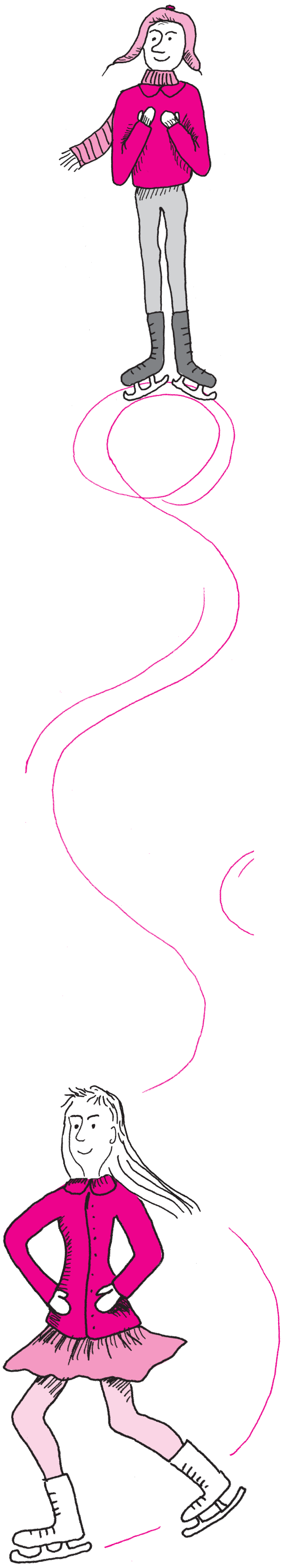
W astronautyce sprawa ta jest chyba jeszcze bardziej zagmatwana. Na proste pytanie w rodzaju „jak daleko jest z Ziemi na Marsa?”, odpowiedź jest bardzo nieprosta. Pierwsze przybliżenie daje uświadomienie sobie rozmiarów orbit tych planet. Jeżeli odległość Ziemi od Słońca (w przybliżeniu promień ziemskiej orbity) uznać za jednostkę (tzw. jednostkę astronomiczną, j.a.), to odległość Marsa od Słońca wynosi 1,5 j.a. Odległość tych planet zmienia się więc w granicach od 0,5 do 2,5 j.a. w okresie ponad dwóch lat.

Myliłby się jednak ten, kto myślałby, że podróż na Marsa najkorzystniej jest odbyć wtedy, gdy planety te dzieli najmniejsza odległość. Taką podróż może odbyć tylko światło (lub sygnał radiowy). Rakieta, aby dolecieć do stosunkowo bliskiego Marsa po linii prostej (choćby tylko w przybliżeniu prostej), musiałaby wykonać ogromną pracę przeciw sile ciążenia słonecznego. Pracę tę nietrudno jest obliczyć. Ciało (rakieta) o masie m znajdujące się w polu grawitacyjnym Słońca o masie $M_\odot$ ma w odległości r od niego energię potencjalną równą $-\mathrm{G}M_\odot m/r$, gdzie $\mathrm{G} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3/(s^2\ kg)}$ oznacza stałą grawitacji. Aby z orbity Ziemi o promieniu $r_Z = 1{,}5\cdot 10^{11}$ m wspiąć się na wysokość orbity Marsa o promieniu $r_M = 2{,}3\cdot 10^{11}$ m, rakieta musiałaby własnymi silnikami wykonać pracę równą niezbędnemu przyrostowi energii potencjalnej, czyli

$$\mathrm{G}M_\odot m\left(\frac{1}{r_Z}-\frac{1}{r_M}\right),$$

co wynosi około $3\cdot 10^8$ J na kilogram masy rakiety (oczywiście łącznie z paliwem w zbiornikach).

Trzeba tu dodać dwa komentarze. Po pierwsze, obliczony tu przyrost energii potencjalnej nie zależy od drogi, po której będzie poruszać się rakieta, lecz jedynie od początkowej i końcowej odległości od Słońca – taka bowiem jest cecha pól siłowych, dla których w ogóle możliwe jest określenie energii potencjalnej. Takie pola siłowe nazywa się polami potencjalnymi. Po drugie, pominęliśmy tu wydatek energii potrzebny rakiecie do opuszczenia pola grawitacyjnego Ziemi, czyli do uzyskania drugiej prędkości kosmicznej. Ten wydatek energii jest oczywiście nie do uniknięcia, jest ustalony raz na zawsze i na mocy pierwszego komentarza nie zależy od kierunku, w którym startuje rakieta.



Nie istnieją – i zapewne długo jeszcze nie będą istnieć – ani silniki, ani paliwa mogące umożliwić podróż na Marsa po linii najkrótszej. Dlatego lot na Marsa planuje się po drodze znacznie dłuższej (i w kilometrach, i w dniach), za to możliwej do realizacji obecnie. Drogą tą jest elipsa, której peryhelium leży na orbicie Ziemi, a aphelium na orbicie Marsa. Silniki rakiety pracują tylko przy starcie z Ziemi i przy Marsie, a poza tym cały lot jest lotem bezwładnym – jest to więc podróż najtańsza (manewry niezbędne do odbycia takiej podróży są tematem ligowego zadania z fizyki w *Delcie* 6/2002). Czas takiej podróży łatwo obliczyć na podstawie trzeciego prawa Keplera. Wielka półoś tej elipsy wynosi $(1{,}5+1)/2 = 1{,}25$ j.a., czas jej bezwładnego obiegu (w latach) to $1{,}25\sqrt{1{,}25}$, a czas podróży to jeszcze tego połowa, czyli niecałe trzy kwartały.

Zaraz, zaraz…! Przecież dopiero co powiedzieliśmy, że niezbędny przyrost energii potencjalnej rakiety, czyli zużycie paliwa, nie zależy od toru lotu rakiety! Fakt, ale na ten przyrost mogą złożyć się: energia zużytego paliwa oraz energia ruchu (kinetyczna), którą rakieta ma już na starcie, ponieważ wraz z Ziemią porusza się wokół Słońca. Dzięki temu rakieta startująca w kierunku ruchu orbitalnego Ziemi ma już prędkość względem Słońca $v = 30$ km/s, a więc energię kinetyczną $mv^2/2$ za darmo. Dlatego właśnie podróż okrężna po elipsie jest tańsza od podróży na wprost!

Bezzałogowe sondy mogą sobie tak latać, ludziom jednak chciałoby się czas podróży choć trochę skrócić – w końcu trzy kwartały w stanie nieważkości i w zamknięciu to nie żarty. Można to oczywiście zrobić, bo taką rakietę z ludźmi można skierować na inną elipsę, a przebycie jej łuku zajmie mniej czasu. Trzeba by wtedy rakietę bardziej rozpędzić przy Ziemi i ostrzej trzeba by manewrować przy Marsie. Ale wymaga to większych ilości paliwa, zatem większej rakiety i tym samym większych pieniędzy. Między innymi dlatego optymalizacja załogowego lotu na Marsa to poważny problem.

A jednak takie podróże „na skróty" już dość dawno się odbyły, i to właściwie za darmo. Mianowicie w latach 70. i 80. XX wieku cztery sondy planet zewnętrznych, Voyager 1 i 2 oraz Pioneer 10 i 11, zostały skierowane na tak dobrane orbity, że docierały do następnej planety dzięki pracy sił pola grawitacyjnego planety poprzedniej, a własne ich paliwo służyło tylko do niewielkich poprawek lotu. Lot tych sond np. od Jowisza do Saturna wcale nie odbywał się po elipsie z peryhelium w odległości Jowisza i aphelium w odległości Saturna, tylko po łuku elipsy znacznie obszerniejszej, a więc też trwał odpowiednio krócej (choć i tak były to miesiące). Trzeba jednak pamiętać, że w przedsięwzięciu tym wykorzystano szczególne położenie planet, które nie zdarza się na zawołanie. Dzięki temu Voyagery wykonały zbliżenia do wszystkich czterech planet olbrzymich, ale do Plutona już nie. A szkoda!

Małą Deltę przygotował Tomasz KWAST