Profesor Andrzej Schinzel sformułował i zanotował poniższe twierdzenie w przeddzień Zielonych Świąt 2002 *podczas XVI Szkoły Historii Matematyki w Turawie koło Opola – po rozmowach z magistrem Stanisławem Śniegockim z Danii.*

Twierdzenie. Niech p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą. Liczba m z przedziału (p_n, p_{n+1}^2) jest pierwsza wtedy i tylko wtedy, gdy

$$(*) \qquad m = A - B,$$

gdzie $\mathrm{NWD}(A, B) = 1$ oraz

$$(**) \qquad p_1 p_2 \ldots p_n | AB.$$

Dowód. *Konieczność.* Jeżeli m jest liczbą pierwszą z przedziału (p_n, p_{n+1}^2), to przyjmujemy

$$A = p_1 p_2 \ldots p_n + m, \qquad B = p_1 p_2 \ldots p_n.$$

Równość $(*)$ i podzielność $(**)$ jest oczywista.

$$\mathrm{NWD}(A, B) = 1, \text{ bo } \mathrm{NWD}(m, p_1 p_2 \ldots p_n) = 1.$$

Dostateczność. Jeżeli zachodzi $(*)$, $(**)$ oraz $\mathrm{NWD}(A, B) = 1$, to m nie dzieli się przez żadną z liczb $p_1, p_2, \ldots, p_n$. A ponieważ $p_n < m < p_{n+1}^2$, więc m jest liczbą pierwszą.

Nadesłał Stanisław Śniegocki

Nieustający konkurs Wirtualnego Wszechświata i *Delty!*

Rozwiąż w styczniu lutowe zadanie z myszką i wygraj książkę z Wydawnictwa *Prószyński i S-ka.*

Więcej informacji: http://www.wiw.pl/delta/konkurs

Zadania

Redaguje Mikołaj ROTKIEWICZ

M 1012. Wykazać, że z dowolnych siedmiu wektorów można wybrać trzy, których suma ma długość nie większą od długości sumy pozostałych wektorów.
Rozwiązanie na str. 2

M 1013. Punkty $M_1, \ldots, M_n$ leżą na sferze o promieniu 1. Wykazać, że

$$\sum_{k<l} |M_k M_l|^2 \leqslant n^2.$$

Rozwiązanie na str. 3

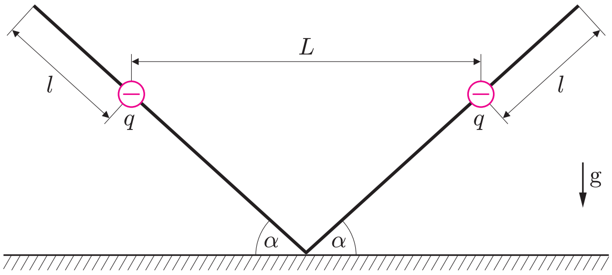
M 1014. Na płaszczyźnie danych jest 5 punktów $A_0, \ldots, A_4$, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej. Ponadto

$$(*) \qquad A_i A_{i+1} \parallel A_{i+2} A_{i+4} \quad \text{dla } i = 0, 1, 2, 3,$$

gdzie przyjęliśmy $A_{5+i} = A_i$. Wykazać, że $(*)$ zachodzi także dla $i = 4$.
Rozwiązanie na str. 16

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 587. Mamy dwa różnoimienne ładunki punktowe q_1 i q_2 położone w odległości l od siebie. Cząstka o masie m i ładunku q_3 takiego samego znaku co q_2 leci po prostej łączącej oba ładunki od strony q_1. Jaką minimalną prędkość w dużej odległości od układu powinna mieć ta cząstka, żeby dotrzeć do ładunku q_1?
Rozwiązanie na str. 4



F 588. Dwa jednakowe koraliki o masach m i jednakowych ładunkach q zaczynają się ślizgać po dwóch jednakowych sztywnych i nieprzewodzących prętach. Pręty leżą w tej samej pionowej płaszczyźnie, każdy z nich jest nachylony do poziomu pod kątem α (rys.). Na jaką maksymalną wysokość nad początkowym położeniem wzniosą się koraliki? Początkowo koraliki znajdowały się w odległości L od siebie i w odległości l od końców prętów. Zaniedbać siły tarcia.
Rozwiązanie na str. 1