Wskazówka do zadania z *Małej Delty*:
$|C_n| = |C_0|/2^n$.

Rozwiązanie zadania M 1009.
Tak, gdyż
$$x^x < 1^x + 2^x + \ldots + x^x < < x \cdot x^x < (x+1)^{x+1}$$
dla $x \geqslant 2$, a nie istnieje takie y, że
$$x^x < y^y < (x+1)^{x+1}.$$

Patrz w niebo

Planetoidy zbliżające się do Ziemi niezmiennie budzą zainteresowanie nie tylko dlatego, że mogą Ziemi zagrażać. Ich zbliżenie do Ziemi pozwala na prowadzenie obserwacji niewykonalnych w przypadku zwykłych planetoid, obiegających Słońce między orbitami Marsa i Jowisza. Takimi obserwacjami jest m.in. uzyskiwanie radarowych obrazów tych ciał. W 1998 r. zespół badaczy z University of Arizona odkrył planetoidę oznaczoną 1998 KY_{26}, która zbliżyła się do Ziemi na odległość 806 000 km, co jest w przybliżeniu równe podwojonej odległości Księżyca. W wyniku kilkudniowego śledzenia jej przez radioteleskopy stwierdzono, że planetoida ma 30 m średnicy (czyli jest mniejsza niż jeden z „wpatrzonych w nią” radioteleskopów – czasza radioteleskopu w Goldstone ma 70 m średnicy). Ponadto okazało się, że planetoida wykonuje jeden obrót w 10,7 minuty, obraca się więc szybciej niż jakikolwiek inny obiekt w Układzie Słonecznym, co wyraźnie sugeruje, że może być fragmentem innego ciała oderwanym od niego w wyniku zderzenia. Na takim obiekcie wschody i zachody następowałyby co 5 minut, a sam wschód lub zachód trwałby krócej niż sekundę. Wreszcie na podstawie skrupulatnej analizy światła i fal radarowych odbitych od tej planetoidy niektórzy badacze są skłonni twierdzić, że zawiera ona wodę w ilości zdolnej wypełnić dwa lub trzy olimpijskie baseny.

W następnym roku zespół LINEAR (LIncoln Near-Earth Asteroid Research) odkrył inną planetoidę oznaczoną jako 1999 JM_8, która minęła Ziemię w odległości 8,5 mln km. Obserwatoria w Arecibo (dysponujące radioteleskopem o średnicy 300 m) i w Goldstone uzyskały radarowe obrazy planetoidy o rozdzielczości 15 m. Planetoida ma kartoflowaty kształt, a jej największy rozmiar wynosi 3,5 km. Pokryta jest licznymi kraterami, przy czym najmniejsze, jakie zarejestrowano, mają średnicę rzędu 100 m. Sugeruje to, że planetoida jest obiektem starym i prawdopodobnie nie jest odłamkiem większego ciała – zwłaszcza że obraca się dla odmiany wyjątkowo powoli, w przybliżeniu jeden obrót na tydzień. Nie wiadomo obecnie, co jest tego przyczyną.

Tomasz KWAST

Grudzień

W grudniowe wieczory Droga Mleczna rozciąga się od wschodu do zachodu, przechodząc niemal przez zenit. W samym Perseuszu, znajdującym się blisko zenitu, mamy ogromne bogactwo otwartych gromad gwiazd. Wodząc tam lornetką po Drodze Mlecznej, można praktycznie w każdym kierunku mieć w polu widzenia jakąś gromadę. Na północnym skraju gwiazdozbioru znajdują się dwie niemal zachodzące na siebie wzajemnie gromady h i χ – obie widoczne gołym okiem. W rzeczywistości dzieli je odległość 300 pc, co dziesięciokrotnie przekracza ich rozmiary. Inna gromada, widoczna bez pomocy lornetki, to M34. Poza Drogą Mleczną i poza Perseuszem, ale bardzo blisko niego na południowym przedłużeniu łańcuszka gwiazd wyznaczającego ten gwiazdozbiór, leżą Plejady, gromada uchodząca za popularny sprawdzian siły wzroku obserwatora: jeżeli widzi tam kilka (może nawet 7) gwiazd, to ma oczy w porządku.

Wenus jest w Wadze i jest bardzo jasną Gwiazdą Poranną – 7 XII osiąga maksymalną jasność. Mars jest blisko, na granicy Panny i Wagi, zatem również widać go nad ranem. Jowisz jest na granicy Raka i Lwa i wschodzi wieczorem, a Saturn na granicy Byka i Bliźniąt i wschodzi jeszcze przed zapadnięciem nocy, tak więc obie te planety widać praktycznie przez całą noc. Nów Księżyca wypada 4 XII i nastąpi wtedy całkowite zaćmienie Słońca, ale widoczne w Afryce, na Oceanie Indyjskim i w Australii.
Pełnia nastąpi 19 XII. 30 XII Księżyc zakryje Marsa, ale zjawisko to będzie widać tylko w północno-wschodniej Azji. 26 XII wieczorem można próbować szukać Merkurego, gdyż znajdzie się wtedy najdalej kątowo od Słońca.
22 XII nastąpi zimowe przesilenie i dni zaczną się już wydłużać, a poza tym jak zwykle Święta i Nowy Rok za pasem. A więc wszystkiego najlepszego!

T. K.

Rozwiązanie zadania M 1010.
Znajdziemy rozwiązania postaci
$$x = 2^k, \quad y = 2^l, \quad z = 2^m.$$
Niech $3k = 4l$. Wówczas
$$x^3 + y^4 = 2^{3k+1}.$$
Wystarczy zatem uzasadnić, że istnieje nieskończenie wiele rozwiązań w liczbach naturalnych układu
$$\begin{cases} 3k = 4l \\ 3k + 1 = 5m \end{cases}$$
Każde rozwiązanie tego układu otrzymujemy z układu kongruencji
$$\begin{cases} n \equiv 0 \pmod 3 \\ n \equiv 0 \pmod 4 \\ n \equiv -1 \pmod 5 \end{cases}$$
kładąc $k = \dfrac{n}{3}$, $l = \dfrac{n}{4}$, $m = \dfrac{n+1}{5}$.
Rozwiązaniem tego układu są wyrazy ciągu arytmetycznego $24 + 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot s$.
Czytelnikom proponujemy znaleźć inne trójki x, y, z spełniające nasze równanie.