Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań:
31 I 2003

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002.

Zadania z matematyki nr 449, 450

Redaguje Marcin E. KUCZMA

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 M
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań **437** ($WT = 1{,}15$), **438** ($WT = 2{,}14$)
z numeru 3/2002

Jacek Klisowski	– Lublin	46,52
Tomasz Rawlik	– Braunschweig	40,47
Bartłomiej Dyda	– Wrocław	34,96

Kolejnym członkiem Klubu 44 M, z numerem 97, zostaje Jacek Klisowski.

449. Liczby rzeczywiste x, y, z spełniają układ równań

$$y = x^2 - 2, \qquad z = y^2 - 2, \qquad x = z^2 - 2.$$

Wyznaczyć wszystkie możliwe wartości sumy $x + y + z$.

450. Niech n oraz m będą ustalonymi liczbami całkowitymi większymi od 1 i niech $Z(k)$ oznacza zdanie:

Równanie $x_1^n + x_2^n + \ldots + x_k^n = y^n$ *ma rozwiązanie w liczbach całkowitych dodatnich* $x_1 < x_2 < \ldots < x_k < y$.

Wykazać, że jeżeli zdania $Z(m), Z(m+1), \ldots, Z(2m-2)$ są prawdziwe, to dla każdej liczby całkowitej $k \geqslant m$ zdanie $Z(k)$ jest prawdziwe.

Zadanie **450** zaproponował pan Witold Bednarek z Łodzi.

Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań:
31 I 2003

Zadania z fizyki nr 346, 347

Redaguje Jerzy B. BROJAN

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań **332** ($WT = 2{,}90$), **333** ($WT = 3{,}20$)
z numeru 2/2002

Tomasz Wietecha	– Tarnów	47,66
Aleksander Surma	– Myszków	41,72
Marek Wójcicki	– Szczecin	37,65

Pan Wietecha zdobył 44 punkty po raz czwarty (jako drugi spośród uczestników fizycznej ligi zadaniowej).

346. Pozioma membrana drga harmonicznie wzdłuż osi pionowej z częstotliwością $f = 100$ Hz. Ile wynosi amplituda tych drgań, jeśli leżące na membranie ziarnka piasku podskakują na wysokość $h = 2$ cm względem środkowego położenia membrany?

347. Jacek i Placek dostali w schronisku po kubku bardzo gorącej herbaty.
– Parzy! – zawołał Jacek.
– Nic na to nie mogę poradzić – powiedziała bufetowa – chyba że dam wam po dodatkowym kubku, żebyście sobie rozlali i żeby szybciej wystygło.
– Świetnie! – ucieszył się Jacek, rozlał zawartość swojego kubka po połowie, zaczekał kilka minut i zlał z powrotem. – Wciąż jeszcze za gorąca! – skrzywił się. Tymczasem Placek również zlał swoją herbatę do jednego kubka i oświadczył:
– Moja wcale nie jest za gorąca.

Czy rzeczywiście mógł lepiej ostudzić swoją herbatę, jeśli jedyną przyczyną był inny jej podział na dwie części? Obaj zlali herbatę do kubków, w których herbata była na początku.

Drobiazgi

Jeśli n oznacza liczbę elementów zbioru składającego się z liczb pierwszych, takiego że suma trzech dowolnych jego elementów jest liczbą pierwszą, to $n \leqslant 4$. Przykład zbioru $\{7, 11, 13, 23\}$ wskazuje, że może być $n = 4$. Czy $n = 4$ jest osiągalne dla nieskończenie wielu zbiorów?

Witold BEDNAREK