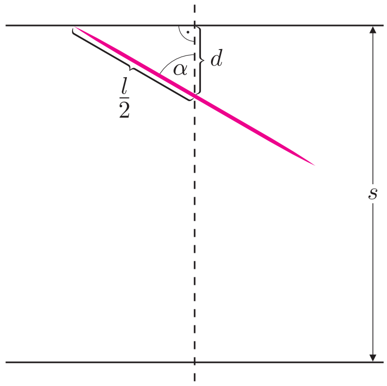
Igła Buffona

W wydanym w 1777 roku dodatku do swojej 44-tomowej *Historii Naturalnej* książę Georges Louis Leclerc de Buffon pytał: jakie jest prawdopodobieństwo tego, że igła o długości l, rzucona na wielki arkusz papieru podzielony równoległymi prostymi na pasy o szerokości s większej od l, przetnie jedną z tych prostych? Sam udzielił prawidłowej odpowiedzi: prawdopodobieństwo jest równe $\frac{2l}{s\pi}$.



Proste są proste, papier jest płaski, więc skąd π? Wszystkie proste i pasy są takie same, więc położenie igły (zwanej **igłą Buffona**) po upadku można opisać za pomocą tylko dwóch parametrów: odległości d środka igły od najbliższej prostej oraz kąta α, niewiększego z dwóch kątów, jakie igła tworzy z prostopadłą do wszystkich prostych oddzielających pasy. Tak więc

$$0 \leqslant d \leqslant \frac{s}{2} \quad \text{oraz} \quad 0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Niech więc zbiór wszystkich par (d, α) spełniających te warunki, a więc prostokąt

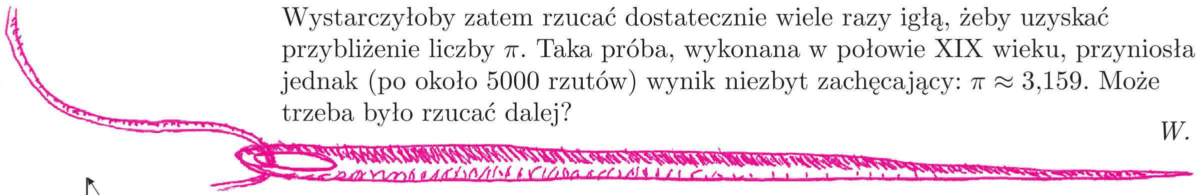
$$I = \left\{(d,\alpha): \ 0 \leqslant d \leqslant \frac{s}{2}, \ 0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{2}\right\},$$

będzie przestrzenią zdarzeń elementarnych. Które zdarzenia są sprzyjające? Gdy igła dotyka końcem prostej, odległość d jest równa $\frac{l}{2}\cos\alpha$, zatem igła przetnie prostą, gdy $d < \frac{l}{2}\cos\alpha$. Pozostaje znaleźć stosunek pola, jakie w prostokącie I zajmuje zbiór Z elementarnych zdarzeń sprzyjających, do pola całego prostokąta (to prawdopodobieństwo geometryczne). Pole I to $\frac{s}{2}\cdot\frac{\pi}{2}$, natomiast pole zbioru Z to pole obszaru pod wykresem funkcji $d = \frac{l}{2}\cos\alpha$, ograniczonego osiami współrzędnych. Po obliczeniu odpowiedniej całki oznaczonej otrzymujemy prawdopodobieństwo zdarzenia Z:

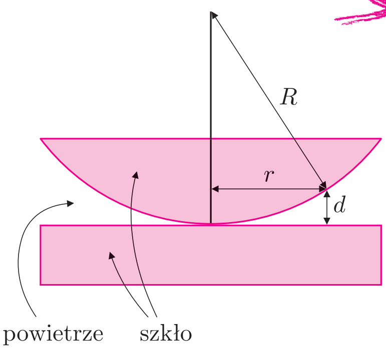
$$P(Z) = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{s}{2}\cdot\frac{\pi}{2}} = \frac{2l}{s\pi}.$$

To prawdopodobieństwo wygląda szczególnie sympatycznie, gdy $s = 2l$. Wystarczyłoby zatem rzucać dostatecznie wiele razy igłą, żeby uzyskać przybliżenie liczby π. Taka próba, wykonana w połowie XIX wieku, przyniosła jednak (po około 5000 rzutów) wynik niezbyt zachęcający: $\pi \approx 3{,}159$. Może trzeba było rzucać dalej?

W. B.



Pierścienie Newtona

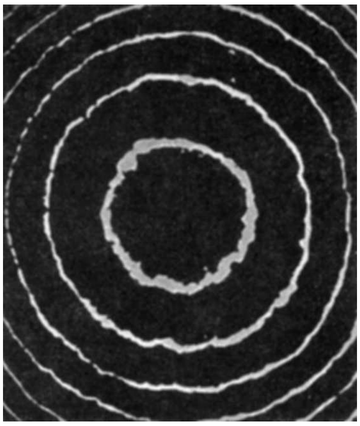


Są to prążki interferencyjne powstające w świetle przechodzącym lub odbitym w pobliżu zetknięcia się powierzchni wypukłej (np. soczewki) z płaszczyzną. Niech R oznacza promień krzywizny powierzchni wypukłej soczewki, r – promień danego **pierścienia Newtona**, a d – grubość warstwy powietrza w tym punkcie. Widzimy, że

$$R^2 = r^2 + (R-d)^2$$

i

$$r^2 = R^2 - R^2 + 2Rd - d^2 = 2Rd - d^2.$$



Ale $d \ll R$, zatem $r^2 \approx 2Rd$ i $d \approx r^2/2R$. Stąd wynika, że odległości między zewnętrznymi pierścieniami zmniejszają się. Maksima interferencyjne powstają wtedy, gdy różnica dróg optycznych jest równa $n\lambda$, przy czym λ jest długością fali padającego światła, a n jakąś liczbą naturalną.
Tak więc dla światła przechodzącego

- maksima powstają, gdy $r^2 \approx n\lambda R$,
- a minima, gdy $r^2 \approx \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda R$.

Znając długość światła λ można, mierząc promienie pierścieni, wyznaczyć promień soczewki. I takie właśnie jest ich zastosowanie: obserwacja pierścieni Newtona służy do pomiaru promieni krzywizny soczewek oraz kontroli regularności kształtu powierzchni.

E. Cz.