Demony Maxwella i Laplace'a

Wyobraźmy sobie naczynie przedzielone przegrodą na dwie części zawierające dwa różne gazy. Co się stanie po usunięciu tej przegrody (i odczekaniu odpowiednio długo)? Gazy wymieszają się, a temperatury wyrównają. Towarzyszy temu wzrost entropii, która jest miarą nieporządku układu. Ale co można zrobić, aby przywrócić jego stan początkowy? Wstawienie przegrody nic nie pomoże – no, chyba żeby posadzić przy niej istotę potrafiącą segregować cząsteczki, np. podnoszącą ją i opuszczającą tak, aby przepuszczać molekuły jednego gazu tylko na prawo, a drugiego tylko na lewo. Taki gość, zwany **demonem Maxwella**, wykonywałby iście czarcią robotę, doprowadzając do złamania drugiej zasady termodynamiki mówiącej, że entropia izolowanego układu nie może maleć. Procesy, w których rośnie entropia, związane są z ograniczeniem stopnia uporządkowania układu i utratą pewnej informacji o nim – uznaje się je za nieodwracalne. Zakładając, że demon (jako element nadprzyrodzony) może jednak przywrócić pierwotny stan naczynia, dochodzimy do wniosku, że wykonując tę pracę, musiałby on nieźle się napocić, bowiem zgodnie z zasadą Landauera zapisanie pewnej ilości informacji – w tym przypadku o tym, który gaz reprezentuje dana cząsteczka – wymaga dostarczenia ciepła do układu.

Inny problem stwarza **demon Laplace'a**, który nie gwałci co prawda praw fizyki, ale je aż nazbyt uporczywie stosuje. Chciałby uzyskać całą wiedzę o przyszłości i przeszłości poprzez wypisanie i rozwiązanie równań dynamiki Newtona dla każdej cząsteczki we Wszechświecie. Potrzebowałby do tego celu znać wszystkie siły działające między cząsteczkami, jak również początkowe położenia i pędy. Sporo z tym roboty, ale posądzano go o boską cierpliwość i wszechwiedzę. Filozofowie długo dyskutowali, czy takie stworzenie istnieje i dopiero wraz z rozwojem mechaniki kwantowej odetchnęli z ulgą. Gdyby nawet istniało, to i tak nie byłoby w stanie wyjaśnić pewnych zjawisk, do opisu których nie wystarczą równania klasycznej mechaniki. Procesy kwantowe ze względu na swoją naturę wymykają się demonowi Laplace'a spod kontroli. Nie podlegają one już prawom Newtona, poza tym zasada nieoznaczoności Heisenberga poucza nas, że jednoczesny pomiar położenia i pędu cząstki jest niemożliwy. Co gorsza, każdy przeprowadzony pomiar zmienia stan układu, a o pewnych procesach nie można powiedzieć, że zajdą na pewno, lecz jedynie z pewnym prawdopodobieństwem.

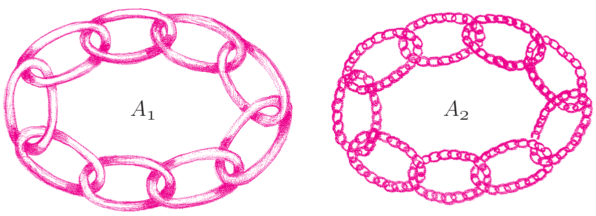
Ewa GNATOWSKA

Naszyjnik Antoine'a

Czy zbiór Cantora można tak umieścić w przestrzeni, żeby istniała pętla, której nie da się ściągnąć do punktu, bo zawsze będzie zahaczała o zbiór?

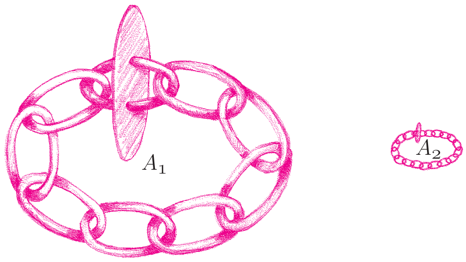
Aby otrzymać zbiór Cantora z odcinka usuwamy jego środkową jedną trzecią (uwaga! bez końców), to samo robimy z pozostawionymi odcinkami i powtarzamy ten zabieg nieskończenie wiele razy. To, co zostanie, to właśnie zbiór Cantora.

Wydaje się to niemożliwe; zbiór Cantora jest przecież taki „rzadki". A jednak... Wyobraźmy sobie naszyjnik-łańcuszek, którego ogniwami są pełne torusy. Następnie, każdy z torusów zastąpmy przez łańcuszek podobny do wyjściowego, tylko odpowiednio mniejszy. Można sobie wyobrazić, że z każdego ogniwa wykonano mniejszy łańcuszek. Potem z każdego ogniwa tego mniejszego łańcuszka robimy jeszcze mniejszy łańcuszek itd. Niech A_1 oznacza wyjściowy naszyjnik pełnych torusów, A_2 – zbiór, w którym każde ogniwo z A_1 zastąpiono przez mniejszy łańcuszek i ogólnie A_{n+1} – zbiór powstały z A_n przez zastąpienie każdego pełnego torusa zawartym w nim łańcuszkiem podobnym do wyjściowego. Dostaniemy ciąg zstępujący zbiorów.



Rys. 1. $A_0 \supset A_1 \supset \ldots \supset A_n \supset A_{n+1} \supset \ldots$

Przecięcie tych zbiorów nazywane jest **naszyjnikiem Antoine'a**. Można udowodnić, że naszyjnik Antoine'a topologicznie jest identyczny ze zbiorem Cantora, natomiast okrąg „zaczepiony" na naszyjniku nie da się z niego ściągnąć. Dokładniej: wyobraźmy sobie okrąg tak umieszczony, że wyznaczone przez niego koło przecina jedno z ogniw zbioru A_1 i częścią wspólną są dwa koła.



Rys. 2

Widzimy więc, że tak wybrane koło ma punkty wspólne z każdym ze zbiorów A_n. Gdybyśmy zatem próbowali „zdjąć" wybrany okrąg, to zawsze zahaczylibyśmy o naszyjnik. Możemy powiedzieć, że zewnętrze naszyjnika Antoine'a nie jest jednospójne, choć przecież jest to tylko zbiór Cantora... Naszyjnik Antoine'a służy także do konstrukcji dziko położonej sfery, tj. takiej, że jej suma z obszarem wewnątrz nie będzie homeomorficzna z kulą.

Zdzisław POGODA