przez grupę cykliczną $\mathbb{Z}_m$, co w zwartym zapisie ma postać:

$$G_{k,k^m} = (S_k)^m \bowtie \mathbb{Z}_m.$$

W tym miejscu przepraszamy Czytelników za tę odrobinę przerażającego formalizmu, ale nie zawsze uda się w „ludzkim” języku wyrazić wszystkie subtelności matematycznej struktury. Niemniej jednak możemy wyobrażać sobie elementy grupy G_{k,k^m} jako m-wyrazowe ciągi permutacji z grupy S_k pokolorowane liczbami $0, 1, \ldots, m-1$. Działanie zaś polega, z grubsza, na składaniu permutacji znajdujących się na tych samych współrzędnych (po wcześniejszym cyklicznym przesunięciu współrzędnych drugiego ciągu, odpowiadającym pokolorowaniu), wraz z jednoczesną zmianą kolorów według reguły modulo m. Na przykład, jeżeli $a = (p_1, p_2, p_3; 1)$ i $b = (q_1, q_2, q_3; 2)$ są elementami grupy $G_{3,27}$, to

$$a \circ b = (p_1 \circ q_2, p_2 \circ q_3, p_3 \circ q_1; 0),$$

ponieważ $1 + 2 = 0$ modulo 3, a współrzędne ciągu b zostały, ze względu na jego kolor, przesunięte cyklicznie o 2.

Pomimo sukcesu w rozpoznaniu struktury grup tasowań potęgowych o ogólnym przypadku grup $G_{k,kn}$ niewiele wiadomo. Nawet dla $k = 3$ istnieje jedynie hipoteza, wedle której możliwe są tylko trzy następujące sytuacje.

Hipoteza. *Klasyfikacja grup $G_{3,3n}$ obejmuje trzy następujące klasy:*

(1) $G_{3,3n} = A_{3n}$, jeśli n jest wielokrotnością 4 (A_{3n} oznacza podgrupę permutacji parzystych, której rząd jest równy połowie liczby wszystkich permutacji).

(2) $G_{3,3n} = S_{3n}$, jeśli n nie jest wielokrotnością 4 ani potęgą 3.

(3) $G_{3,3n} = (S_3)^m \bowtie \mathbb{Z}_3$, gdy $n = 3^m$ (to zostało udowodnione).

Hipoteza ta była oczywiście weryfikowana za pomocą komputera, ale jak dotąd nie natrafiono na żaden kontrprzykład. Można, na przykład, sprawdzić, że w grupie $G_{3,21}$ wystąpią wszystkie możliwe permutacje 21 kart. Wreszcie, można puścić wodze fantazji i postawić szereg podobnych hipotez dla kolejnych wartości k. Szczególnie interesująca wydaje się jednak kwestia, dla jakich n, przy ustalonym k, grupa $G_{k,kn}$ jest pełną grupą permutacji S_{kn}.

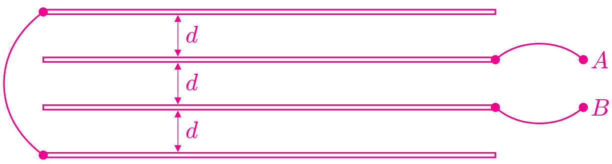
W tym miejscu przerwiemy naszą dyskusję o tasowaniach doskonałych, która niepostrzeżenie oderwała się od realnego świata, w którym talie o większej niż 52 liczbie kart nie istnieją i pewnie nigdy nie będą istniały.

Zadania

Nieustający konkurs Wirtualnego Wszechświata i Delty!
Rozwiąż wrześniowe (tak, wrześniowe) zadanie z myszką i wygraj książkę z Wydawnictwa Prószyński i S-ka.
Więcej informacji: http://www.wiw.pl/delta/konkurs

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 577. Mamy cztery jednakowe cienkie płyty przewodzące, położone tak jak na rysunku 1. Pole powierzchni każdej płyty wynosi S, a odległość między dwiema sąsiednimi jest równa d. Skrajne powierzchnie zostały połączone przewodnikiem. Znaleźć pojemność układu środkowych dwóch płyt.
Rozwiązanie na str. 1



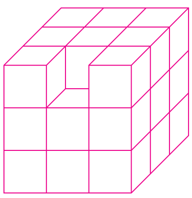
Rys. 1

F 578. Do dużej metalowej powierzchni zbliżono równolegle dwa małe płaskie kawałki metalu o polach powierzchni S_1 i S_2, znajdujące się w odległości odpowiednio d_1 i d_2 od płaszczyzny przewodzącej. Jaka jest pojemność powstałego w ten sposób kondensatora, którego końcówki znajdują się w dwóch dowolnych punktach powierzchni lub płytek? Płytki znajdują się wzajemnie odpowiednio daleko, a ich odległości od metalowej powierzchni d_1 i d_2 są dużo mniejsze od ich rozmiarów.
Rozwiązanie na str. 1

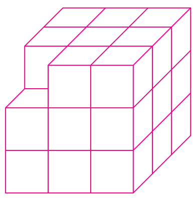
Redaguje Mikołaj ROTKIEWICZ

M 997. Na każdym polu tablicy 5×7 stoi pionek. Czy możliwe jest takie ponowne ustawienie pionków, by każdy z nich zajmował pole sąsiadujące z zajmowanym pierwotnie? Pola nazywamy sąsiadującymi, jeśli mają dokładnie jeden bok wspólny.
Rozwiązanie na str. 4

M 998. Z kostki Rubika wypadł klocek na środku krawędzi (rys. 2). Klocek dawał się włożyć ponownie, ale tylko odwrotną stroną. Czy taką kostkę Rubika da się ułożyć?
Rozwiązanie na str. 2



Rys. 2



Rys. 3

M 999. Klocek na środku krawędzi udało się w końcu włożyć właściwą stroną, ale przy okazji wypadł klocek narożnikowy (rys. 3). Niestety nie pamiętamy, jak był on położony. Jak na podstawie położenia pozostałych klocków rozstrzygnąć, którą stroną należy go włożyć ?
Rozwiązanie na str. 3