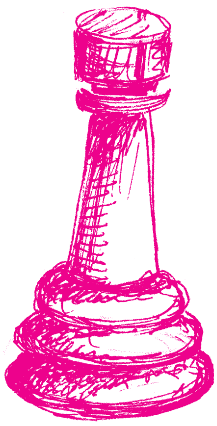
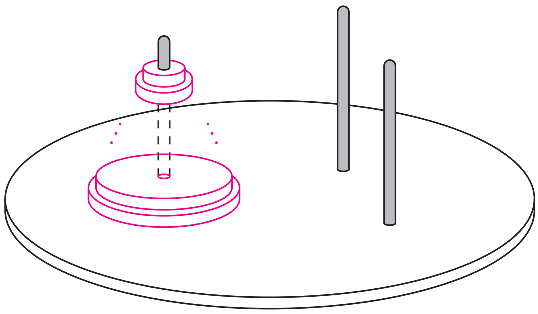
mała delta

Wieże Hanoi

Legenda powiada, że gdy bóg Brahma po raz pierwszy poruszył czas, umieścił na jednej z trzech diamentowych igieł, umocowanych na wspólnej podstawce, 64 złote krążki. Na podstawce spoczywał krążek najszerszy, a nad nim lśniły pozostałe o coraz mniejszych średnicach. Bóg polecił mnichom z górskiej samotni, by bez spoczynku przekładali krążki, tak aby wszystkie znalazły się na drugiej diamentowej igle, z zachowaniem tego samego ułożenia. Gdy zadanie zostanie zakończone, nastąpi koniec pierwszego świata, a na następny, wskrzeszony przez Brahmę, wypadnie czekać wiele tysięcy lat. Nie wolno jednak przekładać krążków byle jak. Po pierwsze, w każdym ruchu można przełożyć tylko jeden krążek, a po drugie – pod żadnym pozorem nie wolno kłaść większego krążka na mniejszy. Wolno natomiast korzystać z trzeciej, pomocniczej diamentowej igły i przekładać na nią krążki, oczywiście z zachowaniem tych dwóch zasadniczych reguł.





Kiedy należy się spodziewać końca świata? Spróbujmy ustalić, ile ruchów potrzeba, by wykonać zadanie Brahmy. Jeśli nie wiemy jeszcze, jak się do tego zabrać, zacznijmy od prostych przypadków. Gdyby na pierwszej igle znajdował się tylko jeden krążek, wystarczyłby jeden ruch, by przełożyć go na drugą. Gdyby na pierwszej igle znajdowały się 2 krążki, moglibyśmy przełożyć górny na trzecią igłę, dolny na drugą, a na koniec przełożyć mniejszy krążek z trzeciej na drugą igłę. Razem $1+1+1=3$ ruchy. Gdyby na pierwszej igle były 3 krążki... Aby przełożyć na drugą igłę największy z nich, musimy najpierw przenieść na trzecią igłę pozostałe dwa, a to, jak wiemy, wymaga 3 ruchów. Po przełożeniu największego na właściwe miejsce trzeba przenieść na tę samą igłę dwa mniejsze krążki (3 ruchy). Razem $3+1+3=7$ ruchów. A 4 krążki? Już się domyślamy: $7+1+7=15$ ruchów. A n krążków? Jeśli R_n oznacza liczbę ruchów potrzebnych do prawidłowego przeniesienia n krążków, to można przypuszczać, że dla $n \geqslant 1$ zachodzi równość $R_{n+1} = 2R_n + 1$. Istotnie, aby przenieść największy z $n+1$ krążków, trzeba w R_n ruchach przenieść pozostałe na trzecią igłę, jednym ruchem przełożyć największy na drugą i wreszcie w R_n ruchach nałożyć nań mniejsze krążki.

Ile zatem wystarczy ruchów, by przełożyć 64 krążki? Jaką liczbą jest R_{64}? Zobaczmy: $R_1 = 1$, $R_2 = 3$, $R_3 = 15$, $R_4 = 31$, $R_5 = 63, \ldots$ Domyślasz się, droga Czytelniczko i drogi Czytelniku, jak R_n zależy od n? Jeśli się domyślasz i znasz zasadę indukcji matematycznej, możesz spróbować udowodnić, że masz rację. My stwierdzimy tylko, że R_{64} jest liczbą większą od 10^{19}. Do końca świata jeszcze daleko.

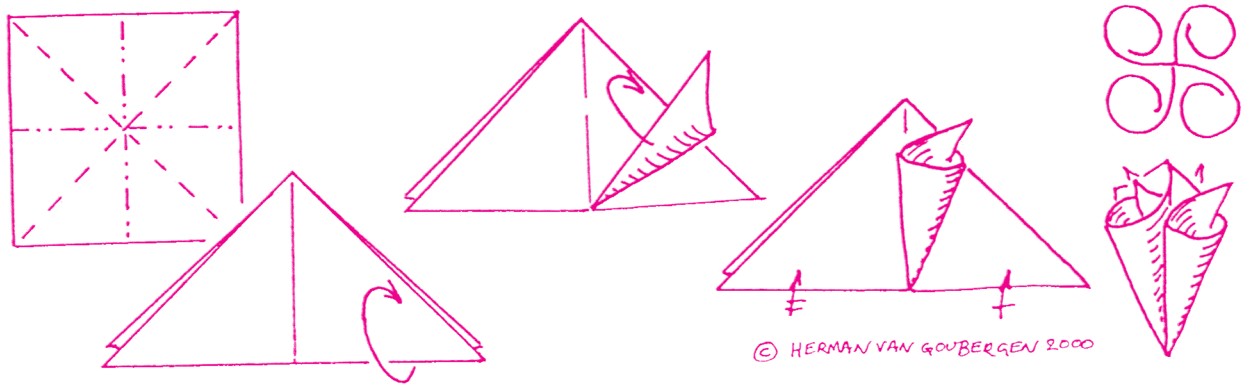
A co ma do tego Hanoi? Łamigłówkę z krążkami (ale tylko ośmioma) zaproponował francuski matematyk Edouard Lucas w końcu XIX wieku i nazwał ją właśnie „wieże Hanoi”. I on również ozdobił ją piękną, hinduską legendą...

W. B.

Kręciołki

Wykonanie modułu

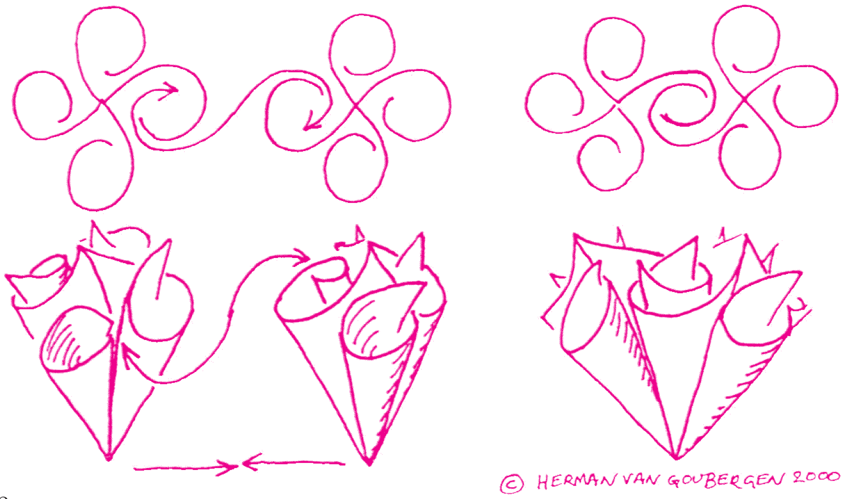
Moduły składamy z kwadratowych kartek papieru. Wszystkie kartki powinny być tej samej wielkości. Wielkość kartek można wybrać dowolnie, ale wykonanie modułów z kartek zbyt małych (mniejszych niż 5×5 centymetrów) lub za dużych (powyżej 21×21 centymetrów) jest trudne, a model nie wygląda wtedy najlepiej. Bardzo dobrym papierem na „kręciołki" jest papier kserograficzny: zwykły lub brokatowy. Wykonanie modułu zaczynamy od złożenia bazy „trójkąt" (kartkę kwadratową składamy wzdłuż przekątnych kwadratu, a następnie po odwróceniu kartki na połowy równolegle do boków kwadratu, po czym zamykamy bazę „trójkąt"). Baza „trójkąt" ma cztery wypustki (ich grzbietami są połowy przekątnych kwadratu). Każdą z nich zwijamy w stożek, pamiętając, aby wszystkie wypustki zwinąć w tę samą stronę (na rysunku 1 – zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara). Po zwinięciu takiej jednej spiralki musimy ją chwilę przytrzymać w zwiniętej postaci, gdyż papier ma tendencję do rozwijania się.



Rys. 1

Sposób łączenia modułów

Łączenie modułów polega na łączeniu spiralek poszczególnych modułów. Robimy to, wsuwając delikatnie spiralkę jednego modułu do spiralki drugiego, starając się przy tym jak najmniej rozwijać spiralki. Rozpoczynamy od połączenia dwóch modułów.



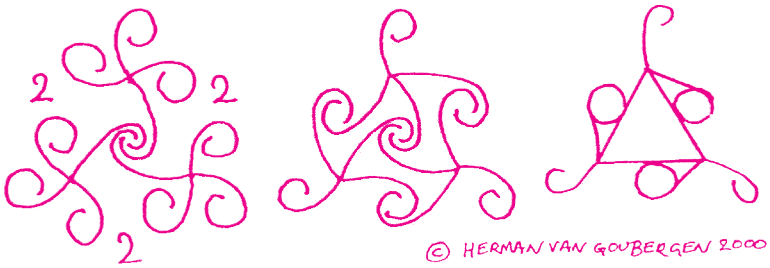
Rys. 2

Każdy z modułów ma 4 spiralki. Łącząc moduły, zaczepiamy dwie sąsiednie spiralki jednego modułu z dwiema sąsiednimi spiralkami drugiego modułu. Powstaje wówczas połączenie odpowiadające bokowi wielokąta (krawędzi wielościanu): wierzchołki modułów są wierzchołkami wielościanu, a dwie stykające się spiralki, tworzą krawędź. Po obu

stronach krawędzi pojawią się wiry złożone z dwóch spiralek.
W analogiczny sposób będziemy przyłączać kolejne moduły, przy czym musimy pamiętać o tym, aby za każdym razem zaplatać dwie spiralki oraz aby w jednym wirze nie pojawiły się dwie spiralki z tego samego modułu.

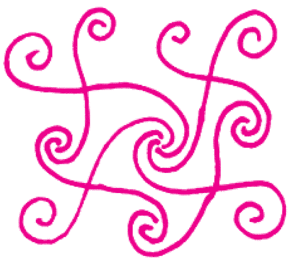
Łączenie modułów w wiry

Łączenie modułów rozpoczynamy od zaplecenia dwóch modułów.
Do połączonych dwóch spiralek pierwszych dwóch modułów dołączamy spiralkę trzeciego modułu. W ten sposób utworzymy wir z 3 spiralek.

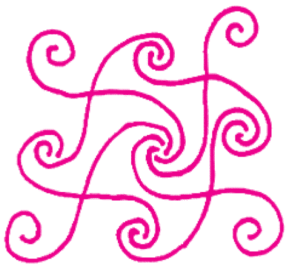


Rys. 3

Możemy go już zamknąć, ale możemy również dołączyć kolejne moduły tworząc wiry 4-, 5- lub 6-spiralkowe (fotografie 1, 2 i 3 z okładki oraz rys. 4 i rys. 5). O wirze złożonym z trzech spiralek możemy myśleć jak o trójkącie, a o wirze z czterech spiralek – jak o kwadracie, itd. Zaplatając spiralki kolejnych dołączanych modułów, równocześnie zaplatamy spiralki na bokach otrzymywanego wielokąta.



Rys. 4a

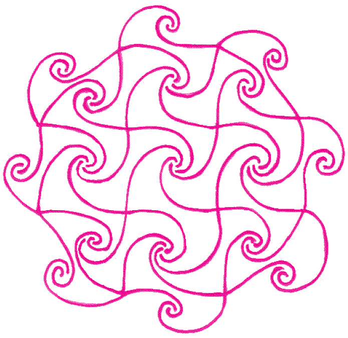


Rys. 4b

Rys. 5a

Rys. 5b

Model sześcioośmiościanu



Rys. 6

Wir złożony z 4-spiralek (kwadrat) możemy obudować, dodając pas złożony z wirów 3-spiralkowych (trójkątów) i wirów 4-spiralkowych (kwadratów) – na przemian – kwadrat przy boku wielokąta, trójkąt przy wierzchołku (rys. 6). Kolejnym etapem tworzenia modelu sześcioośmiościanu będzie dodanie pasa złożonego z samych wirów 4-spiralkowych (kwadratów), a następnie powtórzenie pasa złożonego z 3- i 4-spiralkowych wirów. Na końcu zamykamy ostatni wir 4-spiralkowy (kwadrat). Gotowy model przedstawiony jest na fotografii 4 z okładki.
W analogiczny sposób możemy stworzyć modele innych wielościanów (fotografie 5 i 6 z okładki). Możemy również spróbować stworzyć formy przestrzenne według własnych pomysłów.

Krystyna BURCZYK

Bibliografia:

[1] Herman Van Goubergen „Curls Unit", BOS, 2000
http:/www.worthhall.demon.co.uk/theory/curler.htm.

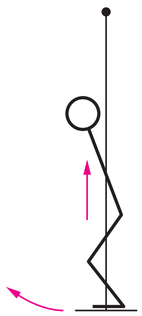
[2] Tomoko Fuse „Unit Origami. Multidimensional transformation.", Japan Publications, Tokyo, 1990.

Huśtawka

Czy każde siedmioletnie dziecko zna zasadę zachowania momentu pędu?

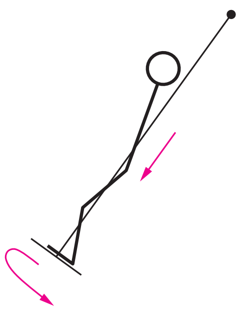
Do dzisiejszego doświadczenia potrzebna będzie huśtawka. Jeszcze lepszy byłby długi, spuszczony z gałęzi sznur z poprzeczką na końcu. Każdy chyba umie rozhuśtać się. Ale czy zastanawialiście się kiedyś, dlaczego to jest możliwe i dlaczego wszyscy robią to w prawie identyczny sposób? Może jest to spowodowane naśladownictwem? Kiedyś, kiedy uczyliśmy się huśtać, podpatrywaliśmy tych, co już tę sztukę opanowali, starając się wykonać ją w podobny sposób. Nie wiem jednak, czy pamiętacie, że przez pewien czas nic z tych prób nie wychodziło. Kiwaliście się zawzięcie w przód i w tył, ale żadnego efektu rezonansowego nie było widać. Bo to, że huśtanie się jest zjawiskiem rezonansowym, to chyba wiecie? Ruchy „huśtające” należy wykonywać z częstością równą częstości drgań własnych huśtawki, aby uzyskać zamierzony efekt.

O ile jednak działanie siły wymuszającej jest proste do zrozumienia w przypadku huśtania dziecka przez stojącego na ziemi dorosłego, o tyle możliwość rozhuśtywania się samemu jest zastanawiające. Przecież zgodnie z III zasadą dynamiki Newtona akcja powinna równać się reakcji, a więc żadnego efektu nie powinno huśtanie dawać. Ponieważ jednak doświadczenie mówi nam co innego, to czegoś musimy nie rozumieć albo nie zauważać. (Możliwość, że prawa dynamiki Newtona nie stosują się do huśtawki, możemy spokojnie odrzucić).



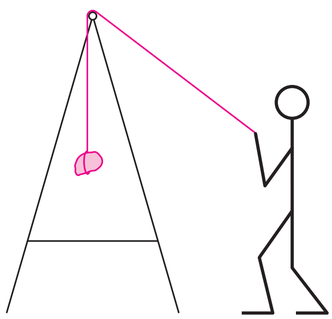
Rys. 1

Zacznijmy się więc w końcu huśtać. Jak to robimy? Najpierw nabieramy trochę rozpędu, odsuwając huśtawkę w jedną stronę, a później… Zaraz, czy to początkowe wychylenie z poziomu równowagi jest konieczne, czy tylko wygodne? To jest właśnie pierwsza rzecz, którą należy sprawdzić doświadczalnie. Spróbujcie rozhuśtać zatrzymaną huśtawkę, nie dotykając ziemi. Okaże się, że choć to nie jest niemożliwe, jest to zadziwiająco trudne i tym trudniejsze, im dłuższa jest huśtawka. Dlatego właśnie na początku namawiałem Was na próbę z długim sznurem.



Rys. 2

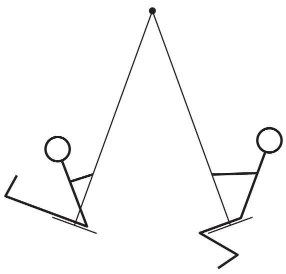
Wiemy więc już, że do efektywnego huśtania się potrzebna jest pewna początkowa amplituda drgań. Nadal jednak nie wiemy, dlaczego możemy się huśtać. W tym celu, zamiast na huśtawce siedzieć, stańmy na niej. Wykorzystamy ten sposób huśtania się, gdyż jest on łatwiejszy do wytłumaczenia. Żeby się huśtać stojąc, wystarczy, jeżeli już się trochę bujamy, za każdym przejściem przez punkt równowagi „podnieść swój środek ciężkości, przesuwając go w kierunku punktu zawieszenia huśtawki” – czyli wyprostować nogi (rys. 1), a następnie po osiągnięciu maksymalnego wychylenia pozwolić mu opaść – czyli ugiąć nogi w kolanach (rys. 2). Przy pierwszym z opisywanych ruchów wykonujemy pracę dodatnią, działając siłą przeciwną do i przewyższającą wypadkową siły ciężkości i siły odśrodkowej, a przy drugim pracę ujemną, ale związaną jedynie ze składową siły ciężkości skierowaną wzdłuż ramienia huśtawki. Netto wykonujemy więc pracę dodatnią, którą zużywamy na zwiększanie energii ruchu drgającego (huśtania) i na pokonywanie oporów ruchu.



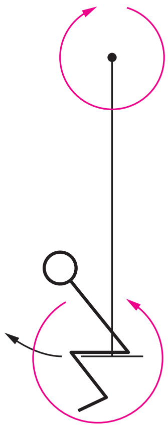
Rys. 3

Aby do końca przekonać się, że takie wytłumaczenie może być wystarczające, należy zrobić kolejne doświadczenie. Przez górną poprzeczkę zatrzymanej huśtawki przerzucamy sznurek obciążony np. kamieniem. Stajemy w pewnej odległości od huśtawki, trzymając drugi koniec sznurka w ręku. Teraz należy spróbować rozhuśtać kamień, pociągając w odpowiednim rytmie za trzymany w ręku koniec sznurka (rys. 3). Jeżeli kamień początkowo wykonywał nawet niewielkie drgania, to okazuje się to dość proste. Jak już się nauczycie, to sprawdźcie, czy postępujecie według podanej wyżej „instrukcji huśtania”.

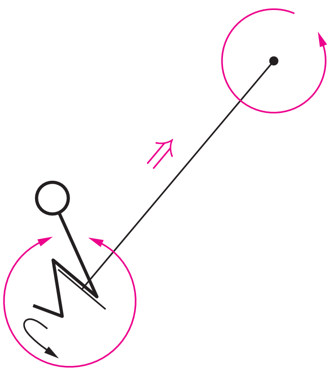
Opisane zjawisko nosi fachową nazwę „rezonansu parametrycznego” albo „parametrycznego wzbudzania drgań”. Nazwa bierze się stąd, że zamiast używać zewnętrznej, periodycznej siły wymuszającej, wykorzystujemy periodyczną zmianę pewnego parametru drgającego układu. Rezonans pojawia się, jeżeli stosunek okresu zmiany parametru jest zbliżony do całkowitej wielokrotności połowy okresu drgania własnego układu. W naszym przypadku parametrem tym jest długość wahadła-huśtawki mierzona od punktu zamocowania do środka masy ruchomej części huśtawki (wraz z huśtającym się). Za zmieniający się parametr można także uznać moment bezwładności huśtawki względem punktu zaczepienia. Jest to z definicji iloczyn masy i kwadratu ramienia. Z zasady zachowania momentu pędu wynika, że zmniejszenie momentu bezwładności przez przesunięcie środka masy w górę (przy przechodzeniu przez punkt równowagi) musi powodować przyspieszenie kątowe. Podobnie, jak złożenie rąk łyżwiarza zwiększa częstość kręcenia piruetu. Natomiast powiększaniu momentu bezwładności nie towarzyszy opóźnienie, bo huśtawka w punkcie największego wychylenia nie porusza się.


Rys. 4

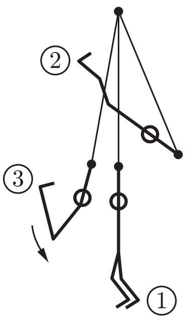
O ile przywołana zasada zachowania momentu pędu nie jest konieczna do (zrozumienia) huśtania się na stojąco, to trudno się bez niej obejść, gdy się na huśtawce usiądzie. Jest tak dlatego, że w tym przypadku ciężko dopatrzeć się zmiany położenia środka ciężkości. Gdy głowa przemieszcza się w tył, nogi wysuwane są do przodu i na odwrót. Środek ciężkości zmieniałby położenie przód-tył, gdyby huśtać się tak jak na rysunku 4. Możecie spróbować. Nie wydaje się jednak, żeby był to sposób efektywny. Może to tylko kwestia braku wprawy? Raczej nie.


Rys. 5

Tradycyjny sposób huśtania wykorzystuje właśnie zasadę zachowania momentu pędu. Poruszając się w przód, po przekroczeniu położenia równowagi obracamy się wokół naszego środka ciężkości w przód. Powoduje to obrót huśtawki w przeciwną stronę (patrz rysunek 5), czyli też w przód! Dochodząc do maksymalnego wychylenia, gwałtownie zatrzymujemy obrót, który zgodnie z zasadą zachowania momentu pędu „musi być przejęty" przez huśtawkę, powodując jej obrót w tył, czyli w kierunku, w którym powinna zacząć się poruszać (rys. 6). Sytuacja powtarza się w sposób analogiczny po drugiej stronie. W opisanej sekwencji ruchów najłatwiejsze do uchwycenia jest gwałtowne zatrzymanie ruchu obrotowego huśtającego się w momencie największego wychylenia. Od tego zależy efektywność rozhuśtywania się. Jak widać, każde siedmioletnie dziecko umie praktycznie zastosować zasadę zachowania momentu pędu, nawet gdy nie potrafi jej sformułować.


Rys. 6

Na koniec wróćmy jeszcze do problemu rozhuśtywania zatrzymanej huśtawki. Można sobie postawić akademicki problem „czy możliwe jest rozbujanie się punktu materialnego na nieważkiej, poruszającej się bez oporu huśtawce?" Chwila zastanowienia wystarcza, żeby stwierdzić, iż nie jest to możliwe. Punkt materialny, choćby nie wiem jak się starał, to bez początkowej, choćby najmniejszej amplitudy drgań, nie może wysunąć się w bok od linii wyznaczonej przez kierunek natężenia pola grawitacyjnego i punkt zawieszenia huśtawki. Pozwala to wymyślić, co należy zrobić, żeby się samemu zacząć huśtać. Najlepiej podzielić się na dwie części, z których jedną wyrzucamy w przód w górę, a drugiej pozwalamy wykonać 3/4 wahnięcia do momentu złapania pierwszej części. Przykład takiej pozornie niewykonalnej sekwencji ruchów jest przedstawiony na rysunku 7. Większość dochodzi do opanowania tej (lub podobnej) sekwencji metodą prób i błędów. Moim zdaniem efekty przychodzą szybciej, gdy się wie, jak je uzyskać.



Rys. 7

P. Z.

Kwadratowe okręgi

Kwadratowe okręgi – czy to nie to samo, co gruszki na wierzbie? Przecież od zawsze kwadraty są kwadratowe, okręgi okrągłe, a masło maślane... Tymczasem nasze doświadczenie, związane nierozerwalnie ze światem, w którym przyszło nam żyć, myli się szepcząc

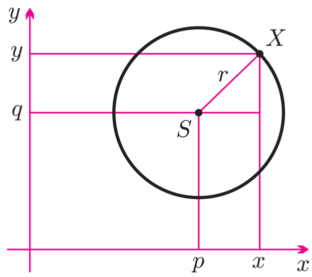
TO NIEMOŻLIWE, ABY OKRĄG BYŁ KWADRATOWY.

Jak się zaraz przekonamy, okrąg nie tylko nie musi być takim, do jakiego przywykliśmy, może również przyjmować różny kształt w zależności od położenia środka okręgu. Znajdźmy wspólnie wytrych do zapowiadanych już „kanciastych” okręgów. Okrąg $o(S,r)$, jak uczono nas w szkole, to zbiór punktów płaszczyzny równo odległych o r od ustalonego punktu $S=(p,q)$, zwanego środkiem okręgu. Wytrychem w podanym sformułowaniu jest słowo **równoodległych**. Co kryje w sobie ten wyraz? Punkty, o których mowa, to takie, których odległość od punktu S wynosi dokładnie r. Czy w definicji okręgu jest podany sposób mierzenia odległości między dwoma punktami? Nie podano, jak mamy to robić. Wzięcie pod lupę jednego słowa doprowadziło nas do małej rozterki i na pozór nic nie wnoszącego pytania: jak określić odległość między dwoma punktami? Zmierzmy odległość tak, jak robimy to na co dzień. Wówczas dowolny punkt leżący na dobrze znanej krzywej z rysunku 1 spełnia poniższe równanie:

Przyzwoite sposoby mierzenia odległości muszą spełniać trzy warunki:

- odległość punktu od niego samego, i tylko od niego, jest równa zeru;
- odległość dwóch punktów jest taka sama, niezależnie od tego, w którą stronę ją przemierzamy;
- jeśli w drodze z punktu do innego punktu odwiedzimy jakiś jeszcze inny punkt, to przebyta odległość nie zmniejszy się.

Wszystkie opisane tu sposoby są przyzwoite.



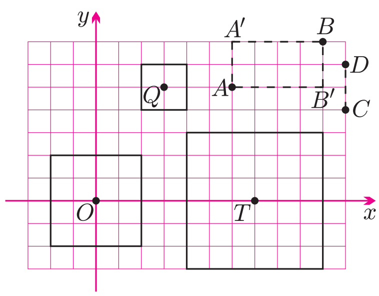
$$\sqrt{(x-p)^2+(y-q)^2}=r$$

Rys. 1

Lewa strona równania opisuje wybraną przez nas dotychczas metodę obliczania odległości między dwoma punktami X i S, prawa natomiast to życzenie, aby ta odległość wynosiła dokładnie r. Punkty spełniające to równanie utworzą kształt, który zwykliśmy nazywać okręgiem. Jak już wspomnieliśmy, definicja okręgu nie mówi, że mamy mierzyć w ten jedynie słuszny sposób. Udajmy się więc do krain, gdzie odległość mierzy się zupełnie inaczej. Jak wobec tego wyglądają tam okręgi?

Przyjmijmy następujący sposób mierzenia odległości między punktami A i B. Załóżmy, że punkty te stanowią przeciwległe wierzchołki prostokąta o bokach równoległych do jednej bądź drugiej osi układu współrzędnych (rys. 2). Odległość zdefiniujemy jako długość dłuższego boku prostokąta (długość odcinka AB'). Przyjmujemy, że punkty C i D są wierzchołkami prostokąta, którego jeden z boków ma długość 0. Gdy uwzględnimy tę zasadę mierzenia odległości i życzenie, że chodzi nam o punkty $X=(x,y)$ odległe od punktu $S=(p,q)$ o r, równanie okręgu przyjmie następującą postać:

$$\max\{|x-p|,|y-q|\}=r.$$



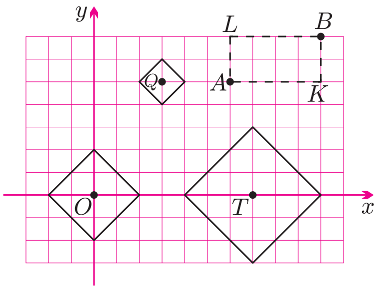
Rys. 2

Punkty, które spełniają to równanie, mają przynajmniej jedną współrzędną odległą od odpowiadającej jej współrzędnej środka okręgu dokładnie o r, odległość pozostałych współrzędnych jest mniejsza lub równa r. Przy mierzeniu odległości w ten sposób okrąg wygląda dokładnie tak jak... kwadrat. Na rysunku 2 przedstawiono okręgi

$$o(O,2), o(Q,1), o(T,3), \text{ gdzie } O=(0,0), Q=(3,5), T=(7,0).$$

Zmieńmy sposób mierzenia odległości. Odległość między dwoma punktami zdefiniujemy jako połowę obwodu prostokąta zbudowanego w opisany wcześniej sposób. Innymi słowy wyobraźmy sobie, że punkt A to dom, w którym mieszkamy, a punkt B to szkoła. Wszystkie ulice w mieście mają tylko dwa kierunki – dwie ulice są do siebie zawsze prostopadłe lub równoległe, a po mieście można poruszać się tylko taksówkami. Aby dojechać z domu do szkoły, należy jechać ulicą AK, a potem KB. Można też jechać innymi ulicami znajdującymi się wewnątrz prostokąta $AKBL$, byle tylko wybierać trasy, których skrócić się nie da. W każdym przypadku pokonana przez nas droga będzie równa sumie długości odcinków AK i KB. Równanie okręgu $o(S,r)$ w tym mieście przyjmuje postać:

$$|x-p|+|y-q|=r.$$



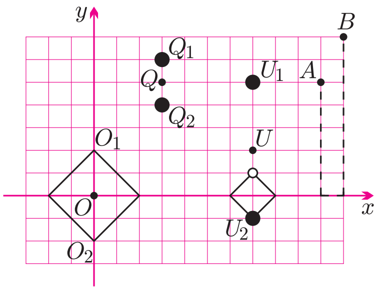
Rys. 3

Punkty, które spełniają tę równość, tworzą na płaszczyźnie okrąg, ale zamiast znanego od dzieciństwa kształtu widzimy… obrócone kwadraty. Na rysunku 3 umieszczono okręgi

$$o(O,2),\quad o(Q,1),\quad o(T,3).$$

Nietrudno teraz narysować dowolny okrąg w mieście taksówek.

Tym razem skomplikujemy sposób pomiaru odległości, aby pokazać, że okrąg, mimo stosowania tej samej zasady, może mieć różny kształt, w zależności od położenia środka okręgu. Wyobraźmy sobie, że przebywamy na obozie w wiosce nad rzeką płynącą z zachodu na wschód. Rolę rzeki na rysunku będzie pełniła oś Ox. Wioska różni się od innych wiosek tym, że znajduje się w puszczy. Drzewa rosną tam tak gęsto, że w wiosce utworzono tylko ścieżki z północy na południe, tak aby każdy z mieszkańców wioski miał dostęp do rzeki. Jak więc mierzymy odległość między dwoma gospodarstwami? Analogicznie jak w poprzedniej miejscowości zakładamy, że nie jest możliwe poruszanie się na skróty. Gdy oba gospodarstwa leżą przy tej samej ścieżce, sprawa jest prosta. Weźmy domy oznaczone na rysunku 4 jako Q_1 i Q_2. Wówczas odległość między nimi to długość ścieżki, którą musimy przejść, aby dotrzeć z domu Q_1 do Q_2 (2 jednostki). Sprawa się komplikuje, gdy domy nie leżą przy jednej ścieżce. Gdy gospodarz A chce odwiedzić gospodarza B, musi dojść do rzeki po istniejącej ścieżce, następnie przejść się wzdłuż rzeki (drzewa nie rosną wzdłuż brzegów) tak długo, aż dojdzie do ścieżki, przy której stoi dom gospodarza B, aby po niej przejść ostatni odcinek drogi i dotrzeć do domu gospodarza B. Równanie okręgu $o(S,r)$ w tej specyficznej wiosce przyjmuje postać:



Rys. 4

$$\begin{cases} |y-q|=r, & \text{gdy } x=p,\\ |x-p|+|y|+|q|=r, & \text{gdy } x\neq p. \end{cases}$$

Okrąg, którego środek leży na osi Ox, ma taki sam kształt, jak okrąg w mieście taksówek, np. $o(O,2)$. Gdy tak nie jest, a promień r okręgu jest niewystarczający, aby ze środka okręgu dojść do „rzeki”, okrąg składa się z dwóch, symetrycznie położonych względem środka okręgu, punktów, np. $o(Q,1)$. W każdym innym przypadku okrąg będą stanowiły wspomniane symetrycznie położone punkty oraz „niepełny” okrąg z miasta taksówek o promieniu równym różnicy odległości środka okręgu od „rzeki” i promienia r, np. $o(U,3)$, gdzie $U=(7,2)$.

Dorota DANIECKA

Gwiazdy to ciała czarne

Zwyczajne rozgrzewanie kawałka metalu w płomieniu dowodzi, że metal chłodny nie świeci, cieplejszy może już parzyć, ale nadal nie świeci, gdy jest jeszcze gorętszy, to świeci czerwono, a w miarę dalszego ogrzewania świeci coraz jaskrawiej i jego światło staje się coraz bielsze. Nic w tym osobliwego. Tylko czy aby nie płynie z tego wniosek, że obiekt gorący jest zarazem świecący i odwrotnie? Otóż jest to prawda tylko w jedną stronę, bo „odwrotnie" być nie musi. Świecąca świetlówka jest całkiem zimna, świecący ekran telewizyjny też, pogodne dzienne niebo świeci całkiem mocno, a przecież jest to zaledwie kilkudziesięciokilometrowa warstwa na ogół chłodnej atmosfery przechodząca w próżnię, i takich przykładów można by przytaczać jeszcze wiele.

Okazuje się więc, że źródła promieniowania dzielą się na dwa typy. O takich, jak gorący kawałek metalu, mówimy, że są to źródła termiczne, te drugie to nietermiczne. Nie jest łatwo na oko odróżnić promieniowanie termiczne od nietermicznego. Pozwala na to zbadanie widma promieniowania, a do tego potrzebny jest przyrząd zwany spektrografem. W najprostszym przypadku można promień badanego światła przepuścić przez szklany pryzmat i obejrzeć powstającą wtedy tęczę (jeśli powstanie), czyli właśnie widmo. Gdy światło jest pochodzenia termicznego (w szczególności np. światło żarówki lub słoneczne), to jego widmem jest pełna tęcza (plus zakresy podczerwony, nadfioletowy i inne, na które oko jest nieczułe). Światło nietermiczne niesie energię tylko w jakichś szczególnych, zazwyczaj dość wąskich zakresach i takie właśnie jest widmo, na przykład, świetlówki, choć nieźle udaje ona światło białe.

Tak więc gwiazdy, choć są to kule gazowe, a nie metalowe, są źródłami termicznymi, ich widmo zaś dostarcza informacji o panujących tam warunkach fizycznych. Na przykład na podstawie dość prostego pomiaru zawartości w świetle gwiazdy promieniowania niebieskiego i czerwonego można określić jej temperaturę. Wiadomo bowiem, że w widmie termicznym wkład poszczególnych „barw" do całkowitej energii promieniowania jest w pewien sposób określony i zależy od temperatury ciała. Ciało, którego widmo promieniowania jest opisane pewną funkcją, zwaną funkcją Plancka, jest nazywane ciałem doskonale czarnym. Nazwa ta oznacza także, że ciało takie pochłania każde padające promieniowanie. W pewnym przybliżeniu Słońce jest ciałem doskonale czarnym o temperaturze 5770 K.

Światło słoneczne najwięcej energii niesie w zakresie żółtym, na które ludzkie oczy są najczulsze. Światło gwiazd chłodniejszych zawiera więcej czerwieni, a gorętszych więcej błękitu i fioletu, ponadto również nadfioletu. Słońce produkuje energię w niewielkim jądrze, gdzie panuje temperatura co najmniej 10 mln K, a najwięcej energii powstaje w postaci promieniowania rentgenowskiego. Reszta materii Słońca jedynie przetwarza fotony o wysokiej energii (rentgenowskie) stopniowo na mniej energetyczne, aż w końcu powierzchnię Słońca opuszczają fotony widzialne. Gdyby Słońce nagle pozbawić warstw zewnętrznych, to z odsłoniętego tak gorącego jego jądra zaczęłoby dobiegać do Ziemi wprawdzie tyle samo energii co teraz, ale głównie w postaci właśnie promieniowania X. Na szczęście to fantazja, choć są planety, których macierzystą gwiazdą jest gwiazda neutronowa, świecąca niemal tak jak jądro naszego Słońca.

T. K.