



Rozwiązanie zadania M 987.

Też zadania udowodnimy przez indukcję ze względu na m . Dla $m = 1$ jest ona prawdziwa, ponieważ dla każdego $n > 1$ ostatnie dwie cyfry liczby 5^n to 25. Załóżmy, że teza zadania jest prawdziwa dla pewnego $m \geq 1$, tzn. istnieje nieskończenie wiele liczb postaci 5^n kończących się $m + 1$ cyframi o zmieniającej się na przemian parzystości. Niech 5^n będzie jedną z takich liczb, przy czym $5^n > 10^{m+2}$. Skonstruujemy teraz na jej bazie liczbę 5^k kończącą się $m + 2$ cyframi o zmieniającej się na przemian parzystości. Jeśli cyfry liczby 5^n stojące na miejscach $m + 2$ i $m + 1$ (licząc od prawej) mają różną parzystości, to przyjmujemy $k = n$. W przeciwnym przypadku przyjmujemy $k = n + 2^{m-1}$. Wtedy

$$5^k - 5^n = 5^n (5^{2^{m-1}} - 1).$$

Za pomocą prostej indukcji można dowieść, że dla każdego $m \in \mathbb{N}$ liczba $5^{2^{m-1}} - 1$ jest podzielna przez 2^{m+1} , ale nie przez 2^{m+2} . Tak więc $5^{2^{m-1}} - 1 = 2^{m+2} \cdot s + 2^{m+1}$ dla pewnego $s \in \mathbb{N}$. Stąd $5^k - 5^n = 5^n (2^{m+2} \cdot s + 2^{m+1}) = 5^{n-m-2} (10^{m+2} \cdot s + 5 \cdot 10^{m+1})$,

a więc liczby 5^k i 5^n mają identyczne ostatnich $m + 1$ cyfr, a cyfry stojące na $(m + 2)$ miejscu są różnej parzystości. Liczba 5^k spełnia więc pokładane w niej nadzieje (tzn. ma ostatnich $m + 2$ cyfr o zmieniającej się na przemian parzystości), przy czym $5^k \geq 5^n$. Tak więc teza zadania jest spełniona również dla $m + 1$.

Stan równowagi w wielkim zbiorowisku punktów materialnych polega na tym, że w każdej chwili tyle samo cząstek leci w prawo co w lewo, tyle samo w górę co w dół itd. Jeżeli cząstkami są atomy, to w jednostce czasu tyle samo atomów wyświeca jakiś foton co pochłania, tyle samo atomów ulega jonizacji co rekombinacji itd. Krótko mówiąc, w stanie równowagi wszystkie procesy mikroskopowe są dokładnie (statystycznie) zrównoważone. Nie koniec na tym, bo towarzyszą temu jeszcze inne zjawiska, m.in. tzw. ekwipartycja energii. To z kolei oznacza – jak nazwa wskazuje – że wszystkie cząstki mają (średnio) identyczną energię kinetyczną. Prawo to dotyczy także gromad gwiazd. Skoro tak, to gwiazdy o mniejszych masach muszą uzyskać większe prędkości i rychło znaleźć się na peryferiach swojej gromady. I rzeczywiście, z reguły taką sytuację się obserwuje: otoczki gromad kulistych składają się z gwiazd o niewielkich masach. Stwierdzenie tego nie jest zresztą łatwe, bo masy gwiazd w gromadzie wyznacza się mozolnie na podstawie ich cech fotometrycznych.

Okazuje się, że są wyjątki od tego prawa. Kilka lat temu za pomocą pierwszego z czterech 8-metrowych teleskopów zbudowanych w Chile stwierdzono, że gromada kulista NGC 6712 (położona w Tarczy w odległości ponad 7 kpc) wykazuje znaczny niedobór gwiazd o małych masach. Wytłumaczenie tego faktu jest właściwie jedno: gwiazdy stanowiące otoczkę gromady zostały od niej oderwane w wyniku pływowego działania centralnego zgęszczenia Galaktyki. Mechanizm zjawiska jest identyczny jak w przypadku pływów ziemskich oceanów wywoływanych przez Księżyc. Mianowicie gwiazdy należące do otoczki gromady po jej stronie zwróconej na centrum Galaktyki są przez to centrum przyciągane silniej niż reszta gromady, a gwiazdy po stronie odwrotnej – słabiej. Dostatecznie duża różnica tych oddziaływań może doprowadzić do oderwania się peryferyjnych gwiazd od gromady; w przypadku ziemskich pływów działanie Księżyca powoduje zaledwie kilkumetrowe wypiętrzanie się oceanów po stronie podksiężycowej i odksiężycowej Ziemi. Efekt pływowego działania dość silnie zależy od odległości od ciała powodującego pływy. Ziemi ze strony Księżyca nic nie grozi, bo odległość między tymi ciałami niewiele się zmienia, natomiast okołogalaktyczne orbity gromad kulistych są silnie wydłużone i dlatego skład gwiazdowy niektórych gromad może bardzo zmienić się nawet w wyniku jednokrotnego zbliżenia się do centrum Galaktyki.

Tomasz KWAST

Kwiecień

Wieczorem wysoko na niebie, a im później, to tym bardziej ku zachodowi, znajduje się niepozorny gwiazdozbiór Raka. Jest on tak dalece niepozorny, że nawet najjaśniejsze jego gwiazdy są słabsze od położonej w nim dość znanej gromady otwartej Praesepe (M 44, NGC 2632), która ma jasność 3,9 mag (jedynie beta jest jaśniejsza zaledwie o 0,1 mag). Leży ona w odległości 160 pc i zawiera ponad 300 gwiazd. Jej wiek oceniono – fakt, że z małą precyzją – na pół do półtora miliarda lat, co i tak oznacza, że w skali Wszechświata jest to obiekt młody. Tak się składa, że w Raku znajduje się jeszcze jedna gromada otwarta M 67 (NGC 2682) też dostrzegalna bez trudności (4 mag), położona w odległości 800 pc i licząca około 100 gwiazd. Ona, dla odmiany, jest jedną z najstarszych gromad tego typu, gdyż oceniono ją na 5 mld lat. Trochę to dziwne, bowiem gromady otwarte – jako obiekty dość luźno związane – szybko rozpraszają się w wyniku pływowego działania centrum Galaktyki.

Wenus jest w Baranie i widać ją krótko po zachodzie Słońca. Mars jest w Byku i też widać go dość krótko wieczorem. W Byku jest też Saturn, a w Bliźniętach Jowisz, który o północy już zachodzi. Nów Księżyca wypada 12 IV, a pełnia 27 IV. Księżyc zakryje Saturna 16 IV, ale zjawisko to widać będzie z Oceanu Arktycznego i tylko z północnej Europy. Żadnych jasnych gwiazd Księżyc w kwietniu nie zakrywa.

T.K.