mała delta

Już po raz trzeci *Mała Delta* jest duża. Nasza współpraca z Internet Data Systems SA rozwija się bowiem pomyślnie. Zapewne wiedzą o tym bywalcy portalu *Eduseek*, a konkretnie ci, którzy pod adresem http://www.eduseek.ids.pl/delta czytają internetową *Małą Deltę*.

To wydanie dużej *Małej Delty* jest przygotowane pod hasłem

jest inaczej, niż nam się zdaje.

Czy hasło pasuje do zawartości, każdy musi już zdecydować sam.

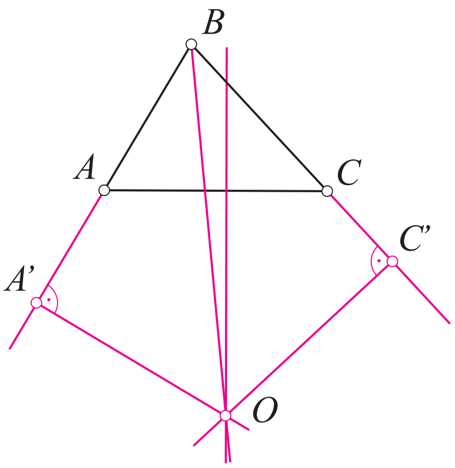
Znajdź błąd

Oto dowód, że **wszystkie trójkąty są równoramienne**.

Weźmy dowolny trójkąt ABC. Rozpatrzymy dwa przypadki.

Pierwszy to ten, w którym trójkąt ABC jest równoramienny. W tym przypadku teza jest prawdziwa.

Pozostał do rozpatrzenia drugi przypadek: trójkąt ABC nie jest równoramienny – w tym przypadku też udowodnimy, że jest on równoramienny.



W szczególności $AB \neq BC$. Wynika stąd, że dwusieczna kąta ABC jest różna od symetralnej boku AC. Ponieważ nie jest też do niej równoległa (dlaczego?), więc przecina ją w pewnym punkcie O. Rzuty punktu O na proste AB i BC oznaczmy A' i C'. Zauważmy teraz, że trójkąty $A'OB$ i $C'OB$ są przystające. Istotnie, ponieważ punkty dwusiecznej są jednakowo oddalone od ramion kąta, więc $A'O = C'O$; trójkąty na dodatek są prostokątne i mają wspólną przeciwprostokątną. Odnotujmy, że wobec tego

$$A'B = C'B.$$

Z kolei zauważmy, że trójkąty $A'AO$ i $C'CO$ są przystające. To, że $A'O = C'O$ i że trójkąty są prostokątne, dowiedzieliśmy się już poprzednio, a ich przeciwprostokątne są równe, gdyż każdy punkt symetralnej (w szczególności O) jest jednakowo oddalony od końców odcinka. Tym razem odnotujmy, że

$$A'A = C'C.$$

I to właściwie już koniec. Mamy bowiem

$$AB = A'B - A'A = C'B - C'C = BC.$$

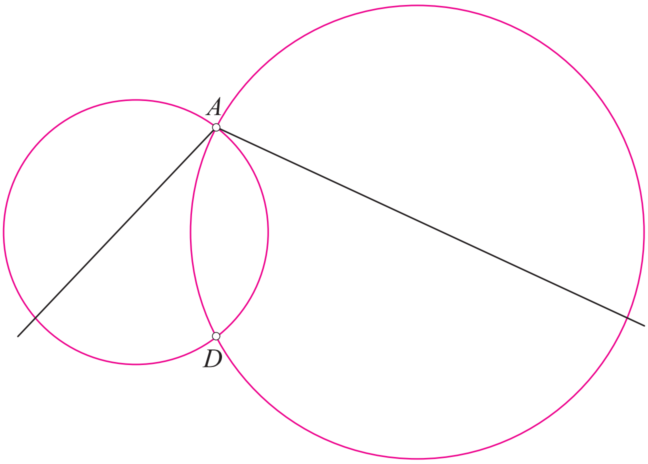
Rozumowanie biegnie podobnie, gdy O leży wewnątrz trójkąta ABC. W tym rozumowaniu błąd koniecznie trzeba znaleźć, bo przypadek drugi w dowodzie naszego niecodziennego twierdzenia to dowód, że z prawdziwego zdania φ (w tym przypadku: trójkąt nie jest równoramienny) wynika zdanie nieφ. Takie coś nazywa się sprzecznością i pozwala poprawnie udowodnić wszystko, co tylko przyjdzie nam do głowy, a więc czyni matematykę kompletnie nieprzydatną.

RATUJCIE WIĘC !

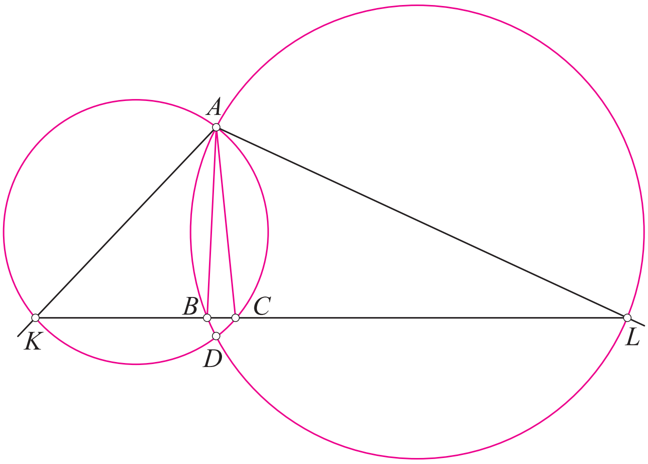
Warto przy tym wiedzieć, że dostrzeżenie, gdzie leży błąd, było pierwszym krokiem, jaki matematycy zrobili w uwspółcześnianiu sławnego starożytnego dzieła Euklidesa *Elementy*. Dokonał tego Niemiec, Moritz Pasch w 1882 roku. Ale to już całkiem inna historia.

M.K.

$90 + 90 < 180$



Rys. 1



Rys. 2

Wiadomo, że suma kątów w trójkącie leżącym na płaszczyźnie jest równa 180 stopni (albo π, jeśli mierzymy kąty w radianach). Tu przedstawimy jednak przykład trójkąta, który ma dwa kąty proste (i ma trzeci kąt o mierze dodatniej!). Jak te rzeczy pogodzić? Pozostawiamy to domyślności Czytelnika.

Narysowaliśmy na płaskiej kartce dwa przecinające się okręgi. Teraz z jednego z dwóch punktów przecięcia (nazwijmy go A i niech drugi z tych punktów nazywa się D) prowadzimy proste przechodzące przez środki obu okręgów, tak jak na rysunku 1. Łączymy oba punkty przecięcia prostej przechodzącej przez środek danego okręgu z tym okręgiem, a więc punkty K i L (rys. 2), i otrzymujemy dwa nowe punkty B i C, w których odcinek KL przecina krótsze łuki łączące punkty A i D. Mamy teraz trójkąt ABC. Popatrzmy na kąt ABC. Jest to kąt wpisany w okrąg ABL, w którym AL jest średnicą, jest to więc kąt prosty. Podobnie kąt ACB jest kątem wpisanym opartym na średnicy drugiego okręgu, a w takim razie to też jest kąt prosty. Trójkąt ABC jest więc obiecanym trójkątem o dwóch kątach prostych.

Jak to jest możliwe? Nie jest możliwe. Gdzie tkwi błąd? Może wnikliwy Czytelnik odkryje, co pozwoliło przeprowadzić poprawne rozumowanie, prowadzące do fałszywego wniosku. A gdy już to odkryje, to może stwierdzi, jakie *prawdziwe* twierdzenie wynika z powyższego rozumowania?

W.B.

Główne źrodło energii

Coraz częściej nasza wiedza sprawdzana jest za pomocą testów. Oto przykładowe pytanie z przykładowymi odpowiedziami:

Jakie jest główne źródło energii wykorzystywanej przez człowieka?
a) paliwa kopalne;
b) energia słoneczna;
c) energia odnawialna;
d) energia jądrowa;
e) energia grawitacyjna;
f) inna odpowiedź.

Która odpowiedź jest prawidłowa? Każda i żadna. Niemożliwe? A niby dlaczego? Po pierwsze człowiek wykorzystuje do swoich celów przede wszystkim paliwa kopalne (zaznaczamy odpowiedź *a*), ale paliwa kopalne, takie jak węgiel, ropa naftowa i gaz ziemny powstały ze szczątków organicznych, które kiedyś wyrosły dzięki energii słonecznej (gumkujemy *a*, zaznaczamy *b*). Ale energia słoneczna to przecież energia odnawialna, a wykorzystuje się jeszcze np. energię geotermiczną, która jest odnawialna, a nie jest słoneczna. Gumkując *b* (żeby zaznaczyć *c*) przypominamy sobie jednak o energii jądrowej. Bo oprócz elektrowni jądrowych (wykorzystujących paliwo kopalne – uran) jest jeszcze Słońce, które jest przecież reaktorem termojądrowym. Nie gumkujemy *c* (bo nie zdążyliśmy zaznaczyć), a ręka zawisa nam nad *d* . . . , a może nad *e*, bo z kolei zapłon reakcji syntezy wodoru w gwieździe jest uzależniony od jej początkowej energii grawitacyjnej, a i uran powstał kiedyś w wybuchu jakiejś supernowej. Skoro tak, to może trzeba zaznaczyć odpowiedź *f*, ale z drugiej (siódmej?) strony to sugerowałoby, że uważamy pozostałe odpowiedzi, za błędne, co nie jest prawdą.

Nie ma co, testy rzeczywiście świetnie sprawdzają naszą wiedzę.

Po takiej rozgrzewce łatwiej będzie odpowiedzieć na pytanie internautki:

W jaki sposób korzystamy z energii słonecznej?

Zasadniczo są trzy sposoby:

1) zamiana na energię elektryczną;
2) magazynowanie w postaci ciepła;
3) przemiana w energię chemiczną.

Często tylko pierwszy z nich, i to ograniczony do wykorzystywania „fotoogniwa”, jest kojarzony z energią słoneczną.

Fotoogniwo to element półprzewodnikowy, w którym absorpcja światła powoduje powstawanie par elektron-dziura, które dyfundując w przeciwne strony, wytwarzają różnicę potencjałów. Inaczej mówiąc, oświetlanie takiego ogniwa powoduje, że staje się ono źródłem prądu. Wadą tego typu urządzenia jest jego mała moc. Z tego względu jest to źródło prądu wymagające znacznej inwestycji (jeżeli potrzebna jest dość duża moc), ale za to ma bardzo małe koszty eksploatacji. Dlatego wykorzystuje się je głównie tam, gdzie nie potrzeba dużych mocy (np. kalkulatory, zegarki itp.), a także w miejscach, do których doprowadzanie energii elektrycznej jest nieopłacalne (np. wyświetlacze na autostradach) oraz tam, gdzie jest stale duże nasłonecznienie (sztuczne satelity Ziemi).

Drugi sposób wykorzystuje sama natura. Temperatura na powierzchni Ziemi jest związana głównie z magazynowaniem energii słonecznej. Człowiek nauczył się naturze pomagać, np. budując szklarnie. Oprócz tego energię słoneczną można magazynować w celu ogrzewania domów albo uzyskiwania ciepłej wody użytkowej. Najprostszym „urządzeniem” tego typu jest czarny wąż rozłożony na dachu lub czarna torba z wodą (w sklepach ogrodniczo-przemysłowych bywają takie torby-prysznice o pojemności kilku litrów). Inną możliwością jest podgrzewanie wody w celu produkcji prądu elektrycznego. Używa się pomysłu przypisywanego Archimedesowi, a polegającego na budowie „amfiteatru” z luster, które odbijają światło kierując je na jeden zbiornik z wodą, o konstrukcji podobnej do wieży ciśnień. Archimedes, jak głosi legenda, używał luster nie do podgrzewania wody, tylko do zapalania okrętów nieprzyjaciela (zamiast luster używał tarcz odpowiednio ustawionych żołnierzy). Czy było tak naprawdę? Nie wiadomo, ale sprawdzono, że w ten sposób rzeczywiście można zapalić drewniany okręt znajdujący się kilkadziesiąt metrów od brzegu.

Trzeci sposób również jest wykorzystywany przez naturę. Człowiek na razie nie umie go opanować, co nie znaczy, że intensywnie tego sposobu nie wykorzystuje. Więcej nawet – bez niego nie mógłby żyć. Chodzi oczywiście o fotosyntezę, czyli syntezę cukrów z wody, dwutlenku węgla i fotonów promieniowania słonecznego z uwalnianiem tlenu. Proces ten leży u podstaw łańcucha pokarmowego, na którego wierzchołku znajdujemy się między innymi my.

Ze wstępu wiemy, że praktycznie wszystkie rodzaje paliwa, których używamy (węgiel, gaz, ropa naftowa, drewno itp.), powstały w wyniku procesu fotosyntezy (co do gazu i ropy naftowej są pewne wątpliwości, nie jest bowiem wykluczone, że część powstała w wyniku procesów geologicznych, które nie miały nigdy nic wspólnego ze szczątkami organicznymi – nie zostało to jeszcze rozstrzygnięte). Można też wykorzystywać słomę do opalania specjalnych pieców, a przetworzony olej jadalny do napędzania silników.

Jak widać, nasze życie opiera się na wykorzystywaniu energii słonecznej. Również wiatraki i młyny działają dzięki Słońcu (dlaczego?). W wielu przypadkach można by jednak lepiej wykorzystywać tzw. odnawialne źródła energii, takie jak promieniowanie słoneczne, woda czy wiatr, które, prawie bez wyjątku (takim wyjątkiem jest np. energia pływów – dlaczego?), napędzane są przez energię naszej gwiazdy.

Warto jednak zdać sobie sprawę z tego, że nie sposób polegać na bezpośrednim wykorzystywaniu strumienia światła słonecznego wszędzie tam, gdzie potrzebna jest duża moc. Nie można np. zbudować samolotu pasażerskiego na światło słoneczne. Po prostu moc promieniowania padającego na samolot jest zbyt mała. Choć samoloty wykorzystują (zmagazynowaną) energię słoneczną, to jakoś nikt nie chce ich nazywać „słonecznymi”.

P.Z.

Jak zrobić siatkę, a jak niesiatkę

W poprzednich dużych Małych Deltach w numerze 5 i 8 z ubiegłego roku poznałeś, Szanowny Czytelniku, dwóch młodych uczonych (każdy, kto jest w szkole, jest uczony – z różnym, oczywiście, skutkiem), mianowicie Opaka i Gładkiego. Teraz też będziemy ich podglądać, z tym że dobrze byłoby, abyś, Szanowny Czytelniku, zechciał sam przeprowadzać te, co i oni, eksperymenty. Dopiero wtedy naprawdę zrozumiesz ich kłopoty.

Opak pokazał Gładkiemu porządnie wykonany rysunek, na którym z rogów kwadratu o boku 8 cm zakreślone były okręgi o promieniach, kolejno 10 cm, 8 cm, 11 cm i 9 cm. Punkty przecięcia kolejnych okręgów zostały połączone z wierzchołkami kwadratu. Nic nadzwyczajnego. Nadzwyczajne było to, że zapytał:

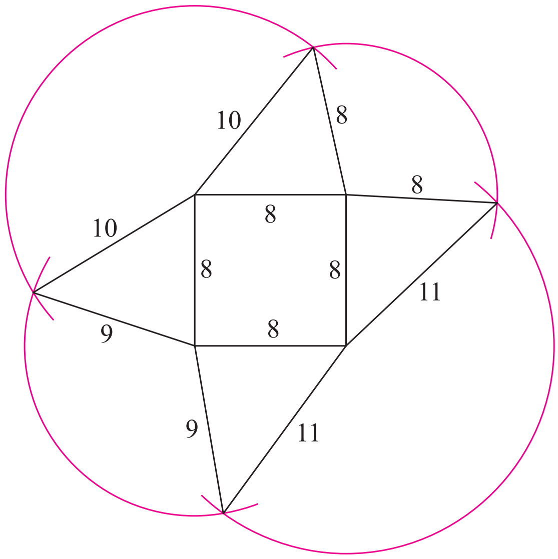
– Co to jest?

– Rysunek – w pierwszej chwili chciał odpowiedzieć Gładki, ale darował sobie ten głupi dowcip i powiedział:

– Siatka ostrosłupa czworokątnego o podstawie kwadratowej.

– Wszyscy bezmyślni gapie tak by też powiedzieli – pokiwał głową Opak. – Otóż to wcale nie jest niczego siatka, a to z tego błahego powodu, że nie da się skleić.

– Zawsze mogę przecież wyciąć jeszcze skrzydełka do posmarowania klejem – bronił się Gładki.



– Ciekawe, czym należałoby posmarować tobie skrzydełka, abyś stał się bardziej lotny – zaciekawił się Opak. – Skopiuj sobie ten rysunek na kartoniku, wytnij, i sam zobaczysz, że żadne skrzydełka nie pomogą.

Na rysunku wszystkie odcinki są cztery razy krótsze niż napisaliśmy. Jeśli chcesz, Szanowny Czytelniku, wyciąć rysunek z kartonu – zrób wymiary jak w tekście, jeśli z cienkiego papieru – dwa razy mniejsze; takich jak tu raczej nie warto robić: będą za małe, aby dobrze było widać efekt.

Gładki taki był pewny swego, że przezwyciężył typowe dla wybitnych teoretyków lenistwo i faktycznie wykonał model. Ku jego zdumieniu niby wszystko było dobrze, bo sąsiednie krawędzie były tej samej długości, jednak ściany sklejać dawały się tylko parami. Żadne trzy, nie mówiąc już o czterech, nie chciały się skleić. I to faktycznie było ciekawe!

– A ty wiesz, dlaczego tak jest? – zapytał Opaka.

– Oczywiście, to prosty fakt przyrodniczy – odparł Opak.

– Przyrodniczy? Chciałeś powiedzieć, że matematyczny?

– Mam zwyczaj mówić to, co chcę powiedzieć. Fakt, że żyjemy w przestrzeni trójwymiarowej, to chyba fakt przyrodniczy.

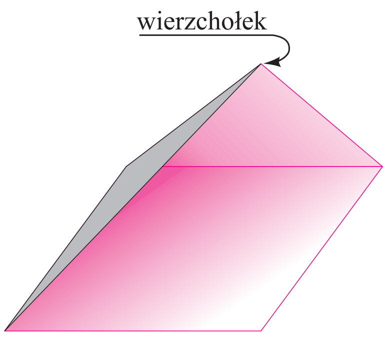
– A co do tego ma to, w jakiej przestrzeni żyjemy? – zdziwił się Gładki.

– A no popatrz. Gdy skleisz dwie ściany boczne twojego kandydata na ostrosłup, to już jednoznacznie wyznaczyłeś wierzchołek ostrosłupa, czyli punkt w przestrzeni. A punkt w przestrzeni wyznaczają trzy liczby.

– No tak, wysokość, szerokość i głębokość.

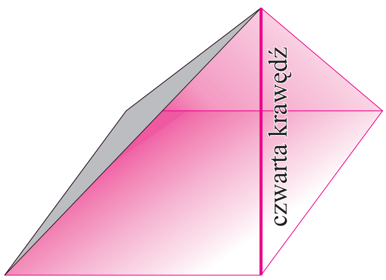
– No widzisz. A dla narysowania dwóch ścian też potrzebowałeś trzech liczb.

– Faktycznie, trzech promieni okręgów.

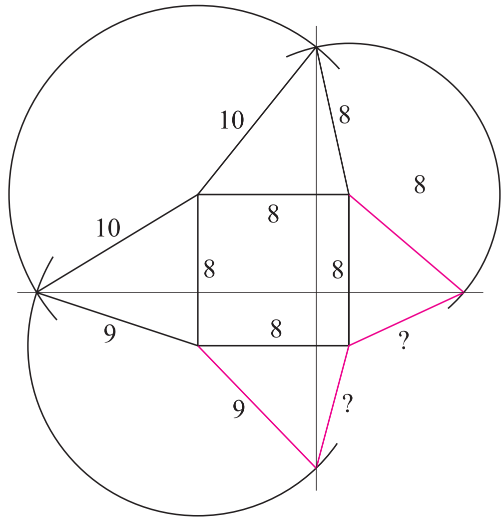


– No widzisz. Trzy stopnie swobody wykorzystałeś, biorąc jakieś tam promienie tych okręgów. Zatem promień czwartego okręgu jest już przez nie wyznaczony.
– I trafić przypadkiem na właściwy czwarty promień raczej się nie uda. – Gładki zrozumiał, o co chodzi, i był z tego powodu niezmiernie zadowolony. – Wobec tego można trzy promienie wybrać dowolnie, a czwarty obliczyć!
– No, chyba tak całkiem dowolnie to nie można. – Opak miał jednak praktyczne spojrzenie na rzeczywistość. – Mogą się, na przykład, okazać za krótkie.
– No, ale jeżeli te dwie ściany są już dobre. . . – niecierpliwił się Gładki.
– No to oblicz – zdenerwował się Opak.
Gładki zamyślił się głęboko, potem jeszcze głębiej i w końcu zrezygnował.
– No dobrze, nie umiem obliczyć. Ale przecież ten czwarty promień jest wyznaczony.

A czy Ty, Szanowny Czytelniku, umiałbyś to obliczyć?



– Sam widzisz, że rachunki są absolutnie niepraktyczne. Lepiej zrobić to na oko, albo nitką, albo odmierzyć linijką.
– Chyba żartujesz? W matematyce na oko? – Gładkiego wprost zatkało.
– A czemu nie? – upierał się Opak. – Jak złożysz dwie ściany i starannie zmierzysz brakującą krawędź, to na pewno będzie pasowała.
– Ale przecież nie idzie o takie pasowanie, żeby nie było widać niedokładności, tylko o pasowanie matematyczne.
– Jakie tam matematyczne pasowanie? Przecież i tak w końcu wycinasz nożyczkami wcale nie matematycznie, tylko mniej więcej.
– Ale to, co wycinam, powinno być dane z matematyczną ścisłością, a takiej mierzeniem brakującej krawędzi osiągnąć się nie da.
Opak był już znudzony taką bezproduktywną dyskusją. – I po co takie gadanie, kiedy nie umiesz tego obliczyć?
– Nie umiem obliczyć, ale właśnie wymyśliłem, jak to narysować.



Popatrz: gdy narysuję wysokości ścian, to ich przedłużenia przetną się w punkcie, który jest rzutem wierzchołka na podstawę.
– Ale dlaczego? – zdumiał się Opak.
– Nie przeszkadzaj – Gładki był w natchnieniu.
– Te linie, jeszcze dalej przedłużone, będą wysokościami pozostałych dwu ścian.
– Dlaczego? – Opak był coraz bardziej natarczywy.
– Więc przecinając je z okręgami, otrzymam trzecie wierzchołki pozostałych dwu ścian – Gładki ciągnął jak w transie. – Ale dlaczego wtedy okaże się, że w obu tych ścianach otrzymam tę samą krawędź? – zatrzymał się nagle. – Dlaczego to się wtedy musi skleić?
– No właśnie, dlaczego? – Opak ucieszył się, że wreszcie obaj mają wątpliwości.

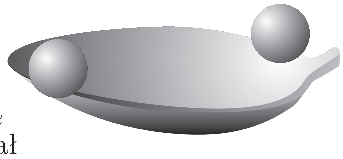
Szanowny Czytelniku, zostawiając teraz naszych przyjaciół, nie dowiemy się, jak poradzili sobie z tymi wszystkimi dlaczego. *Ale możesz przecież sam spróbować znaleźć odpowiedź na te pytania. Co bardzo polecam. Tym bardziej że wyjaśnienie każdego* dlaczego *istnieje i, jak sądzę, da się znaleźć.*

Rzeczywiście, metoda na narysowanie siatki ostrosłupa o podstawie kwadratowej jest taka: obieramy punkt na podstawie, rysujemy dwie proste prostopadłe do boków podstawy, na jednej z nich obieramy dowolny punkt i dalej cyrklem przenosimy go na kolejne proste.

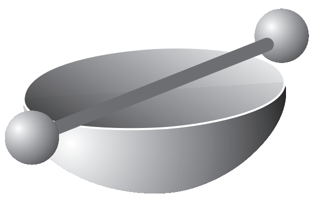
M.K.

Jak kręci się dowolny kamień?

Co to znaczy dowolny? Tak jak „dowolny trójkąt” to ani prostokątny, ani równoboczny, ani równoramienny, tak „dowolny kamień” powinien być jak najmniej symetryczny. Ale dlaczego miałby się kręcić? No przecież nie sam z siebie. Trzeba nim zakręcić na gładkim stole, np. przykrytym szybą. Weźmy podłużnego okrąglaka i to takiego, co dobrze się kręci (na ortodoksyjnej dowolności nam nie zależy). Okaże się, że taki dowolny kamień kręci się dziwnie, choć nie zawsze łatwo to dostrzec. W jedną stronę będzie kręcił się normalnie, a w drugą trochę się pokręci i drgnie, jakby chciał się odkręcić, albo nawet zacznie się odkręcać. Żeby to lepiej zaobserwować, lepiej jest użyć „sztucznych kamieni”. Potrzebne są plastikowe łyżeczki do zupy i plastelina. Od łyżeczki odcinamy rączkę i przyklejamy do brzegu miseczki dwa kawałki plasteliny w dowolny sposób, tzn. tak, jak na rysunku 1. Linia wyznaczona przez plastelinę powinna być odchylona o pewien kąt od osi symetrii miseczki. Łyżeczka z rysunku zakręcona w prawo będzie kręcić się „normalnie”. Zakręcona w lewo najpierw zamieni energię ruchu obrotowego w bujanie, a następnie zacznie kręcić się w prawo. Z samego rozbujania też, oczywiście, będzie kręcić się w prawo.



Rys. 1. Kamień–łyżeczka.



Rys. 2. Kamień rekordzista: ze skorupki od jajka, patyczka i plasteliny.

Dlaczego tak się dzieje? Pełną teorię mamy w archiwum *Delty*. Wynika z niej, że jeżeli tylko powierzchnia styku wyróżnia pewien kierunek, który nie pokrywa się z osią wyróżnioną przez rozkład masy, to taki „dowolny kamień” właśnie tak chce się kręcić. Żeby to było dobrze widać, tzn. żeby taki kamień wykonał kilka obrotów w przeciwną stronę, trzeba odpowiednio dobrać parametry. Kąt między wyraźnie wyróżnionymi osiami powinien być stosunkowo mały.

Takie kamienie są znane pod nazwą *kamieni celtyckich*, bo właśnie takie zachowanie kamiennych pamiątek po starożytnych Celtach zostało kiedyś przez przypadek zaobserwowane przez archeologów. Choć sprawiają wrażenie magicznych (i pewnie takie własności tym kamieniom przypisywali Celtowie), to łyżeczkowe modele pokazują, że chodzi tu tylko o widowiskowe wzmocnienie naturalnych skłonności „dowolnych kamieni”. Rysunek modelu rekordzisty przedstawiony jest na rysunku 2. Taki „kamień” przysłał zwycięzca ogłoszonego kiedyś przez *Deltę* konkursu na najlepszy kamień celtycki. Zrobienie go wymaga odrobiny cierpliwości w podążaniu ścieżką prób i błędów.

P.Z.

Tornado w szklance herbaty

Dlaczego, gdy zamieszamy herbatę łyżeczką, to nierozpuszczony cukier usypuje górkę na środku?

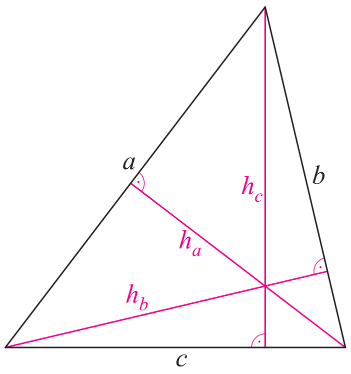
Mieszanie herbaty powoduje powstanie wiru. Tam, gdzie prędkość liniowa jest duża, czyli po bokach, kryształki cukru rozrzucane są po „całej wysokości” szklanki. Opadają tam, gdzie jest mała, czyli w środku wiru. Górka cukru usypuje sie tam, gdzie wir dotyka dna (nie zawsze jest to środek dna szklanki). Jeżeli przestaniemy mieszać, to górka wychwytuje pływające kryształki trafiające w jej pobliże (jak nie trafią, to pływają dalej).

Czy to ma coś wspólnego z trąbą powietrzną? Wydaje się, że tornado zachowuje się dokładnie odwrotnie. W Polsce (na szczęście) jest to dość rzadkie zjawisko, więc mało kto widział je na własne oczy. Tym bardziej że nie każda trąba (trąbka) dociera do ziemi. W miarę często można zauważyć spuszczającą się z ciemnej chmury „mackę” o kształcie cienkiego lejka, która jest właśnie wczesnym stadium trąby, rzadko rozwijającym się w niszczycielską postać dojrzałą. Stosunkowo łatwo natomiast trafić na trąby powietrzne w dokumentalnych filmach o katastrofach naturalnych. Sięgający chmur słup „wszystkiego, co normalnie trzyma się ziemi”, przesuwa się, porywając wszystko, co napotka. Widzimy jednak tylko zewnętrzną warstwę trąby, która zasłania wnętrze. W samym środku panuje bardzo niskie ciśnienie (właśnie ono powoduje ściąganie macki z chmury). To, co dostanie się do samego serca trąby, opada. Tornado jednak przesuwa się, więc to, co zacznie opadać, znajdzie się ponownie w obszarze bardzo dużych prędkości i zostanie ponownie porwane.

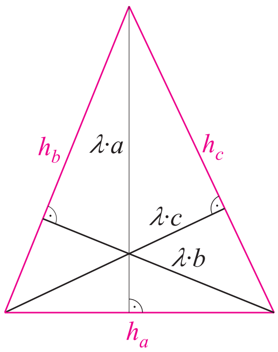
Wynika stąd w każdym razie, że aby szybko rozpuścić cukier w herbacie, należy krążyć łyżeczką po szklance.

P.Z.

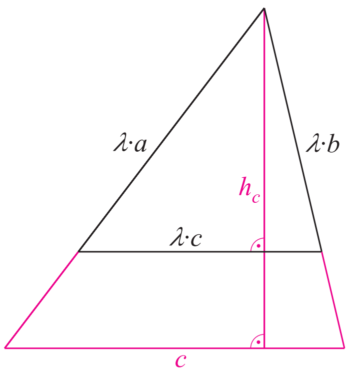
Proste, oszukane, niemożliwe



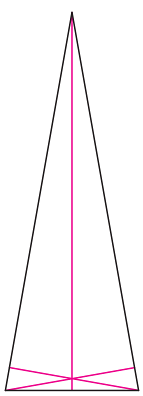
To ma wyjść – wysokości są dane.



To jest trójkąt z wysokości – jego wysokości są proporcjonalne do boków szukanego trójkąta.



Wystarczy właściwie przedłużyć tylko jedną wysokość – wychodzi co trzeba.



A to jest przykład, że zadanie 2° pozostało nadal nierozwiązane.

Przymierzmy się do trzech zadań konstrukcyjnych:

Skonstruować trójkąt, gdy dane są długości jego

1° *boków,*
2° *wysokości,*
3° *dwusiecznych.*

Pierwsza trudność to pytanie, co to jest długość dwusiecznej. Ale tę trudność łatwo pokonać. Umówmy się, że w trójkącie długość dwusiecznej (kąta wewnętrznego) to długość odcinka tej dwusiecznej, mieszczącego się wewnątrz tego trójkąta. Możemy więc zabrać się za konstrukcje.

Konstrukcja 1° jest tak prosta, że aż wstyd ją tu przytaczać.

Dla konstrukcji 2° proponuję następujące rozwiązanie. Jeśli wysokość opuszczona na bok a jest oznaczona przez h_a itd., to wówczas mamy

$$\frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c = P,$$

gdzie P to pole tego trójkąta. Można to inaczej zapisać tak

$$a : b : c = \frac{2P}{h_a} : \frac{2P}{h_b} : \frac{2P}{h_c}, \quad \text{albo} \quad a : b : c = \frac{1}{h_a} : \frac{1}{h_b} : \frac{1}{h_c}.$$

Stwierdziliśmy, że stosunek boków jest równy stosunkowi odwrotności odpowiednich wysokości. Zauważmy jednak, że można to również zapisać w ten sposób

$$h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}.$$

Trzymając się poprzedniej interpretacji, moglibyśmy stwierdzić, że wysokości trójkąta, zbudowanego z wysokości trójkąta danego na początku, są wprost proporcjonalne do boków wyjściowego trójkąta.

Pozwala to zaproponować następującą konstrukcję:
konstruujemy trójkąt o bokach h_a, h_b i h_c, następnie z jego wysokości konstruujemy trójkąt, który będzie miał boki proporcjonalne do boków poszukiwanego trójkąta, czyli będzie do niego podobny; wystarczy teraz odpowiednio skrócić (względnie przedłużyć) jego wysokości, aby otrzymać poszukiwany trójkąt.
Rysunki na marginesie pokazują, jak się to robi. I co Państwo na to? Nie wiem.

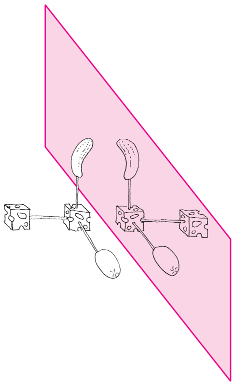
Wiem natomiast, jaka byłaby opinia Józefa Szwejka (którego przygody są, być może, Państwu znane). Powiedziałby on, że pomysł jest dobry, ale głupi. Najniższy bowiem rysunek na marginesie pokazuje trójkąt, z którego wysokości trójkąta zbudować się nie da. Czyli podana konstrukcja udaje się tylko wtedy, gdy okoliczności są sprzyjające.

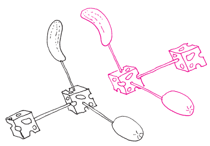
Natomiast można podać konstrukcję trójkąta o danych wysokościach sprawdzającą się zawsze, gdy tylko taki trójkąt istnieje. Pozwolę sobie pozostawić znalezienie jej Państwu na długie zimowe wieczory.

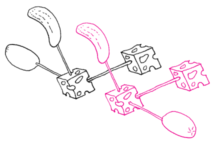
Gorzej jest z konstrukcją 3°. Ta w sprzyjających warunkach daje się wykonać, natomiast nie istnieje metoda, która pozwoliłaby ją wykonać zawsze wtedy, gdy odpowiedni trójkąt istnieje. Na przykład nie można cyrklem i linijką skonstruować trójkąta, w którym jedna z dwusiecznych ma długość 2 cm, a pozostałe dwie po 1 cm, choć trójkąt taki istnieje. Ale udowodnienie tego to już zupełnie inna historia.

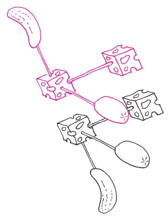
M.K.

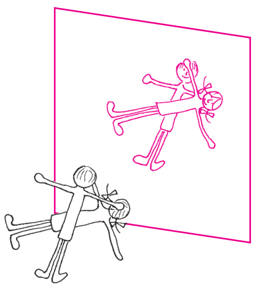
Dlaczego lustro „zamienia” prawą stronę z lewą, a nie górę z dołem?


Rys. 1


Rys. 2


Rys. 3


Rys. 4


Rys. 5

W trakcie przygotowywania końcowej wersji tego tekstu okazało się, że Nagroda Nobla z chemii za rok 2001 została przyznana za pracę nad katalityczną syntezą związków chemicznych o określonej chiralności. Ponieważ życie na Ziemi jest oparte na chiralnych cząsteczkach, to nagrodzone prace pozwoliły na produkcję wielu bardzo potrzebnych leków. „Odbity w lustrze” życiodajny związek może być trucizną. Czasami jednak skutki zmiany skrętności nie są aż tak groźne. Np. lustrzanym odpowiednikiem zapachu cytrynowego jest... zapach pomarańczowy.

Chyba każdy kiedyś postawił sobie takie pytanie. Nurtuje ono również naszych Czytelników, więc choć w *Delcie* już pięć razy podejmowaliśmy ten temat (w numerach 6/1977, 6/1979, 10/1987, 7/1993, 8/1995), to przecież czytają nas kolejne pokolenia (a przynajmniej ich przedstawiciele).

Większość dochodzi do wniosku, że choć lustro może i „zachowuje się” trochę dziwnie, to problem jest wydumany. I w pewnym sensie mają rację, bo **nam się tylko wydaje**, że lustro zachowuje się tak jak w tytule!

Najtrudniej to wytłumaczyć matematykom, fizykom. Oni po prostu **wiedzą**, że odbicie lustrzane ma przeciwną skrętność (matematycy powiedzą: orientację) i uważają sprawę za zamkniętą.

Skrętność zmienia się wtedy, gdy „lewe przechodzi na prawe” albo „góra na dół”, albo „przód na tył” (w ogólności po wykonaniu nieparzystej liczby takich pojedynczych zamian).

Nie każdy przedmiot jest jednak chiralny, czyli nie każdy, po zamianie skrętności, będzie się różnił od pierwowzoru. Przedmiot jest chiralny, jeżeli nie daje się jego obrazu, otrzymanego przez operację zmiany skrętności, na niego „z powrotem nałożyć”.

Taki chiralny przedmiot (trójkoreczek) jest przedstawiony na rysunku 1. Ma on wyróżnione trzy kierunki za pomocą oliwki, ogórka i żółtego sera. Zróbmy drugi koreczek, ale taki, jak odbicie pierwszego w lustrze (rys. 2). Widać, że obie oliwki i oba ogórki wskazują w tę samą stronę, ale sery nie: jeden sterczy w przód, a drugi w tył. Jeżeli obrócimy jeden z koreczków tak, aby sery i ogórki pokryły się, to oliwki będą pokazywać jedna w górę, a druga w dół (rys. 3), a jak uzgodnimy sery i oliwki, to ogórki wskażą jeden w lewo, a drugi w prawo (rys. 4).

Dlaczego więc najczęściej **wydaje nam się**, że tylko „lewe zamienia się na prawe” przy odbiciu zwierciadlanym?

Po prostu najczęściej oglądamy w lustrze siebie, a ponieważ mamy jedną głowę i żyjemy w prawie jednorodnym polu grawitacyjnym wyznaczającym kierunek i zwrot góra→dół, to próbując ustalić, gdzie jest strona lewa, a gdzie prawa, używamy reguły – lewa strona jest od góry (albo od głowy) na lewo, a nie – góra (głowa) jest na prawo od lewej strony.

Zobaczmy, że przestaje to być jednoznaczne, jeżeli „wyłączymy” grawitację. Popatrzmy na rysunek 5, na którym w lustrze przegląda się para kosmonautów. Jeżeli ona uważa, ze jej odbicie w lustrze ma zamienione miejscami ręce, to musi zgodzić się, że jego odbicie ma zamienioną miejscami głowę z nogami. (Oboje mogą zgodnie przyjąć, że ich odbicia są „przenicowane” przód–tył).

Podsumowując, lustro rzeczywiście tylko zmienia skrętność, a to, że odczuwamy to najczęściej jako „zamianę lewego z prawym”, jest tylko kwestią umowy, a że tak jest najwygodniej, to wszyscy (sami ze swoją świadomością) umawiają się tak samo.

P.Z.