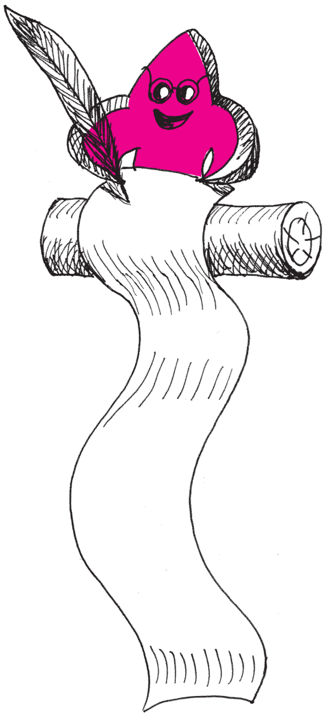
Czytelnicy piszą



Szanowna Redakcjo!

W majowym numerze *Małej Delty* w artykule „Same ostre” pojawiło się następujące stwierdzenie:

Nie istnieje podział kwadratu na mniej niż 8 trójkątów ostrokątnych.

Oto mój dowód.

Załóżmy, że mamy podział kwadratu na t trójkątów ostrokątnych. Rozważmy zbiór wierzchołków trójkątów tworzących ten podział. Podzielmy punkty tego zbioru ze względu na wartość sumy miar tych kątów wewnętrznych trójkątów, których to kątów dany punkt jest wierzchołkiem. Zauważmy, że występują trzy rodzaje punktów: punkty typu p, leżące we wnętrzu kwadratu i takie, że kąty wewnętrzne trójkątów, stykające się w nim, tworzą kąt pełny; punkty typu q, w których stykające się kąty wewnętrzne trójkątów tworzą kąt półpełny (mogą to być punkty leżące na boku kwadratu lub w jego wnętrzu na boku jakiegoś trójkąta); punkty typu r, w których stykające się kąty wewnętrzne trójkątów tworzą kąt prosty (są to wierzchołki kwadratu). Oznaczmy liczbę poszczególnych punktów odpowiednio przez p, q i r. Mamy, oczywiście, $r = 4$.

Suma miar wszystkich kątów wewnętrznych trójkątów tworzących podział kwadratu wynosi z jednej strony $t \cdot 180°$, a z drugiej $p \cdot 360° + q \cdot 180° + r \cdot 90°$. Stąd wynika, że $t = 2p + q + 2$. Z ostrokątności trójkątów tworzących podział wynika, że w każdym punkcie typu p styka się wierzchołkami co najmniej 5 trójkątów, w każdym punkcie typu q stykają się wierzchołkami co najmniej 3 trójkąty, a w każdym punkcie typu r stykają się wierzchołkami co najmniej 2 trójkąty. Zatem we wszystkich trójkątach tworzących podział jest łącznie co najmniej $5p + 3q + 2r$ kątów wewnętrznych. Z drugiej strony łączna liczba kątów wewnętrznych wszystkich trójkątów tworzących podział wynosi $3t$. Stąd wnioskujemy, że $3t \geq 5p + 3q + 8$. Podstawiając do tej nierówności wartość t z pierwszej równości, mamy $6p + 3q + 6 \geq 5p + 3q + 8$, czyli $p \geq 2$. Istnieją więc dwa różne takie punkty X i Y, że w każdym z nich styka się wierzchołkami co najmniej 5 trójkątów. Ale wśród tych trójkątów mogą istnieć tylko dwa takie, których wierzchołkami są jednocześnie oba punkty X i Y. Zatem liczba trójkątów tworzących podział wynosi co najmniej 8.

c.b.d.u.

Marcin PECZARSKI

Zadania

Redaguje Łukasz WIECHECKI

M 976. Który z ciągów (α_n) i (β_n) składających się z cyfr jedności liczb $(\sqrt{10})^n$ i $(\sqrt{2})^n$ jest okresowy?
Rozwiązanie na str. 3

M 977. Znaleźć cyfrę jedności i pierwszą cyfrę po przecinku liczby $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2000}$.
Rozwiązanie na str. 3

M 978. Znaleźć wszystkie pary liczb naturalnych m, n, dla których spełniona jest równość $(5 + 3\sqrt{2})^m = (3 + 5\sqrt{2})^n$.
Rozwiązanie na str. 3

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 563. Określić wytrzymałość na rozerwanie (naprężenie niszczące) kryształu jonowego NaCl, zaniedbując oddziaływanie wszystkich jonów z wyjątkiem sąsiednich. W chlorku sodu odległość między środkami sąsiadujących jonów wynosi $n = 2{,}81$ Å.
Rozwiązanie na str. 1

F 564. Stalowe koło zamachowe ma postać masywnego pierścienia o zewnętrznej średnicy równej 40 cm i wewnętrznej 30 cm. Przy jakiej prędkości koło rozerwie się na części? Naprężenie niszczące dla stali wynosi około 10^9 Pa, a gęstość stali wynosi $7{,}8 \cdot 10^3$ kg/m^3.
Rozwiązanie na str. 2