Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2002

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 M
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań **419** (WT = 1,60) i **420** (WT = 1,07) z numeru 4/2001

Janusz Olszewski	– Suwałki	45,28
Adam Woryna	– Ruda Śląska	41,98
Marcin Peczarski	– Latchorzew	40,37
Witold Bednarek	– Łódź	37,00
Jacek Klisowski	– Lublin	36,96

Weteran Janusz Olszewski kończy piątą rundę!

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2001.

Zadania z matematyki nr 431, 432

Redaguje Marcin E. KUCZMA

431. Każda z trzech grup studenckich liczy n osób. Każdy student jest zaprzyjaźniony z co najmniej $n+1$ osobami z dwóch grup poza tą, do której sam należy (jak zwykle, przyjmujemy, że relacja zaprzyjaźnienia jest symetryczna). Wykazać, że istnieje co najmniej jedna trójka przyjaciół złożona ze studentów z trzech różnych grup.

432. Udowodnić, że dla $x \in (0; \pi/3\rangle$ zachodzi nierówność $\operatorname{tg}(\sin x) > x$.

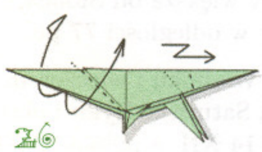
Zadanie 432 zaproponował pan Józef Banaś z Rzeszowa.

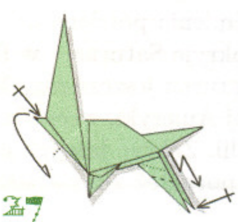
Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2002

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań **320** (WT = 2,50) i **321** (WT = 1,75) z numeru 6/2001

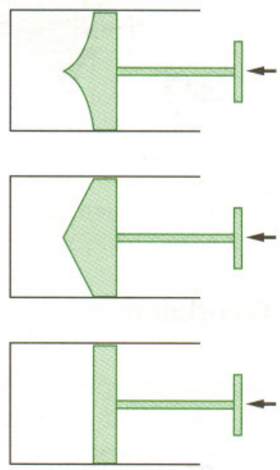
Andrzej Nowogrodzki	– Chocianów	41,54
Jacek Piotrowski	– Rzeszów	34,55
Tomasz Rudny	– Warszawa	29,50
Tomasz Wietecha	– Tarnów	28,70
Marek Wójcicki	– Szczecin	19,84
Aleksander Idzik	– Bolesławiec	15,17


26


27

Zadania z fizyki nr 328, 329

Redaguje Jerzy B. BROJAN



328. Trzy strzykawki (pompki) mają jednakową średnicę cylindra, ale różnią się kształtem tłoka (patrz rysunek obok). Jeśli na wszystkie tłoki działamy jednakowymi siłami, to w której strzykawce ciśnienie jest najwyższe, a w której – najniższe (czy też ciśnienie jest jednakowe)?

329. Układ optyczny (niekoniecznie pojedyncza soczewka) wytworzył w odległości 70 cm od przedmiotu rzeczywisty obraz odwrócony, powiększony 3 razy. Gdy umieszczono przedmiot o 2 cm bliżej układu, obraz oddalił się od układu o 30 cm. Podać możliwą budowę układu (przykładowe wartości parametrów soczewek i ich położenia). Ile wynosiło powiększenie obrazu przesuniętego?

Poza konkursem: Czy istniałoby rozwiązanie, jeśli początkowa odległość obrazu od przedmiotu wynosiłaby 1 m (zamiast 70 cm), a pozostałe dane byłyby niezmienione?

Rozwiązanie zadania M 974.
Mamy $\frac{1}{n+1}\binom{2n}{n} = \left(1 - \frac{n}{n+1}\right)\binom{2n}{n} = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1} \in \mathbb{Z}$, co dowodzi tezy.

Rozwiązanie zadania M 975.
Rozważmy $2n$-osobową grupę złożoną z n mężczyzn i n kobiet. Obliczymy na dwa różne sposoby liczbę N sposobów wybrania z niej n-osobowej reprezentacji. Liczba ta jest oczywiście równa $\binom{2n}{n}$. Liczba sposobów wybrania n-osobowej reprezentacji, w której jest dokładnie k kobiet, jest równa $\binom{n}{k}\binom{n}{n-k}$. Tak więc $N = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\binom{n}{n-k} = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}^2$, skąd wynika teza.