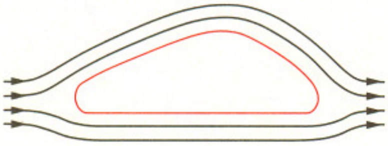

Rys. 13

Oczywiście, nie można zapomnieć o przetestowaniu profilu skrzydła! Pamiętajcie, że nie tylko kształt, ale również kąt nachylenia skrzydła ma znaczenie. Postarajcie się zauważyć, którędy znaczona atramentem woda płynie szybciej.

Życzę pomysłowości w opracowywaniu nowych modeli i dobrej zabawy przy ich testowaniu.

Małą Deltę przygotował Grzegorz WROCHNA

O pewnych równaniach diofantycznych

Witold BEDNAREK

Równanie Pitagorasa $x^2 + y^2 = z^2$ jest najbardziej znanym równaniem diofantycznym, tj. takim, którego rozwiązań poszukuje się w zbiorze liczb naturalnych – lub ogólniej – liczb całkowitych. Rozwiązaniem tego równania w liczbach naturalnych z najmniejszym z (o czym dowiadujemy się już w szkole podstawowej) jest trójka liczb $(x, y, z) = (3, 4, 5)$. Równanie to ma nieskończenie wiele rozwiązań, które opisują wzory $x = 2kmn$, $y = k(m^2 - n^2)$, $z = k(m^2 + n^2)$, gdzie k i $m > n$ są liczbami naturalnymi, przy czym wystarczy podstawiać m i n względnie pierwsze różnej parzystości.

Równanie Pitagorasa można uogólnić, wprowadzając większą liczbę niewiadomych

$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 = y^2.$$

Nie wdając się w szczegóły, powiedzmy jedynie to, że powyższe równanie ma rozwiązanie dla każdego $m > 2$. Wystarczy bowiem przyjąć

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_{m-1} = 2, \quad x_m = m - 2 \quad \text{i} \quad y = m.$$

Można dokonać innego uogólnienia i zwiększyć wykładniki (jak to zrobił Fermat), rozważając równanie $x^n + y^n = z^n$ dla $n > 2$ i $n, x, y, z \in \mathbb{N}$. Równanie to nie ma rozwiązania, co ostatecznie udowodnił Andrew Wiles w 1994 r.

Można pójść krok dalej, zwiększając i wykładniki, i liczbę niewiadomych.

Na przykład

$$x^3 + y^3 + z^3 = t^3.$$

Mamy tu rozwiązanie $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$. Euler wyraził przypuszczenie, że równanie

$$x^4 + y^4 + z^4 = t^4.$$

nie ma rozwiązania. Hipotezę tę obalił Elkies w 1988 r., podając przykład

$$2\,682\,440^4 + 15\,365\,639^4 + 18\,796\,760^4 = 20\,615\,373^4$$

(dziś znamy mniejsze liczby stanowiące rozwiązanie

$$95\,800^4 + 217\,519^4 + 414\,560^4 = 422\,481^4).$$

Równanie

$$x^4 + y^4 + z^4 + t^4 = u^4.$$

ma również rozwiązanie:

$$30^4 + 120^4 + 272^4 + 315^4 = 353^4.$$

Inne przypuszczenie Eulera mówi, że równanie

$$x^5 + y^5 + z^5 + t^5 = u^5.$$

nie ma rozwiązania. Tę hipotezę Eulera obalono w 1967 r.

$$27^5 + 85^5 + 110^5 + 135^5 = 144^5.$$

Nic jednak nie wiadomo o równaniu

$$x^5 + y^5 + z^5 = t^5;$$

Euler przypuszczał, że i ono nie ma rozwiązania. Powyższe równania można zapisać w postaci ogólnej

$$x_1^n + x_2^n + \ldots + x_m^n = y^n.$$

Na podstawie podanych przykładów wypada stwierdzić, że nie widać jakiejś uniwersalnej metody rozwiązania. Dlatego ułatwimy sobie zadanie (co za chwilę się okaże) i rozważymy równanie

$$x_1^n + x_2^n + \ldots + x_m^n = y^k,$$

gdzie liczby n i k są względnie pierwsze.

Skoro n i k są względnie pierwsze, to istnieją takie liczby naturalne α i β, że $\alpha k - \beta n = 1$. Połóżmy $x_1 = x_2 = \ldots = x_m = m^{sk+\beta}$ i $y = m^{sn+\alpha}$, gdzie s jest dowolną liczbą naturalną. Wtedy

$$\begin{aligned} x_1^n + x_2^n + \ldots + x_m^n &= m \cdot m^{(sk+\beta)n} = \\ &= m^{1+skn+\beta n} = \\ &= (m^{sn+\alpha})^k = y^k. \end{aligned}$$