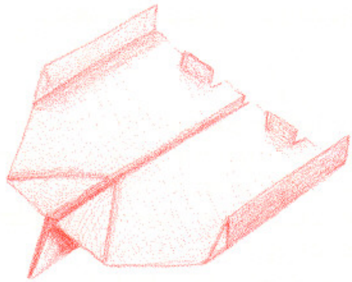
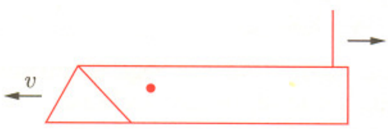
Aerodynamika podwórkowa

Robienie samolotów z papieru to zajęcie uczniów niezbyt mile widziane przez nauczycieli. Może być ono jednak całkiem pouczające.

Co powoduje, że szybowiec utrzymuje się w powietrzu? Jaka siła równoważy siłę grawitacji? Przekonajmy się na modelu. Chyba każdy z Was potrafi zrobić „samolot” z papieru taki, jak na rysunku 1. Jeżeli nie wykonamy żadnych „sterów” na końcach skrzydeł, to rzucony poziomo samolot spadnie w dół ostrym łukiem i uderzy dziobem o ziemię. Aby zapewnić stateczny lot ślizgowy, należy dorobić pionowe stery, mniej więcej 5×10 mm (rys. 1). W jaki sposób stery wytwarzają tę tajemniczą siłę, która przeciwdziała spadkowi samolotu? Przecież stery zwiększają opór, co powinno spowodować jeszcze szybszy spadek samolotu. Otóż tajemnica tkwi w tym, że stery są wysunięte nieco do góry. Siła oporu powietrza, działająca na stery, wytwarza więc pewien moment obrotowy, który ustawia samolot nieco skośnie, dziobem do góry (rys. 2). Teraz opór powietrza działa nie tylko na dziób samolotu, ale także, pod małym kątem, na jego spód. Pozioma składowa tej siły hamuje samolot, pionowa zaś, zwana siłą nośną, równoważy siłę grawitacji. Wytwarza się nowy stan równowagi (rys. 3).

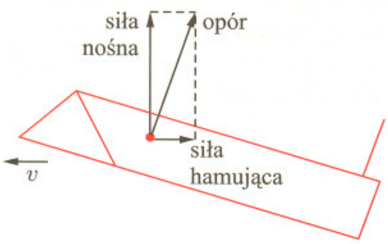


Rys. 1



Rys. 2

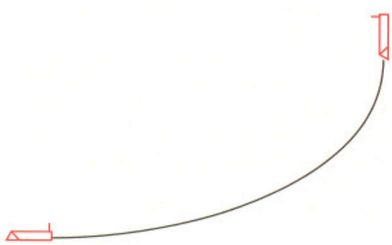
Przekonajmy się o tym eksperymentując nieco z naszym samolotem. Stańmy na krześle i trzymając samolot za ogon (dziobem w dół) wypuśćmy go z ręki. Samolot bynajmniej nie trzaśnie dziobem w ziemię. Siła oporu, działająca na stery, dotąd bedzie obracała samolot, aż ustawi go pod równowagowym kątem tak, że znów wyląduje on miękko pięknym lotem ślizgowym (rys. 4).



Rys. 3

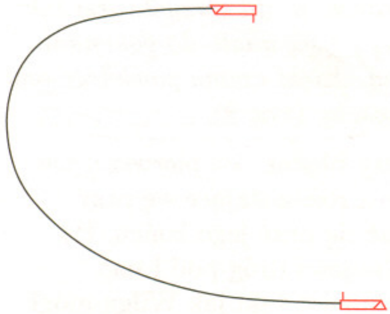
A jeśli opuścimy stery w dół i rzucimy samolot poziomo? Siła oporu działając na stery, będzie teraz obracała samolot dziobem w dół, aż przewróci się „na plecy”. „Góra” zamieni się miejscami z „dołem” i dalej wszystko będzie po staremu (rys. 5).

Wróćmy do normalnego ustawienia sterów. Jeżeli będą miały za dużą powierzchnię, to działająca na nie siła oporu zanadto obróci samolot i składowa pozioma oporu, działającego na spód samolotu, wzrośnie tak, że szybko zahamuje jego ruch. Spadek prędkości spowoduje, że zmaleje opór powietrza. Zaniknie siła nośna (bedąca przecież jego składową). Ciężki dziób pochyli się ku ziemi i samolot zacznie coraz szybciej spadać. Ale wzrost prędkości to wzrost siły oporu. Stery znów obrócą samolot dziobem do góry. Znów pojawi się siła nośna, która poderwie samolot wzwyż i historia powtórzy się od początku. Samolot będzie leciał poszarpanym lotem pliszki, to podnosząc się, to opadając (rys. 6).

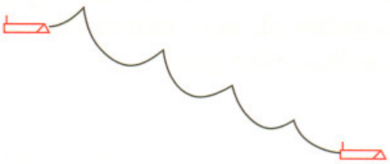


Rys. 4

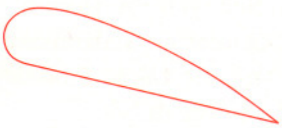
A co będzie, jeżeli jeden ster będzie bardziej podniesiony niż drugi? Ponieważ siły działające na oba skrzydła będą nieco różne, samolot przechyli się na bok i wykona łagodny skręt.



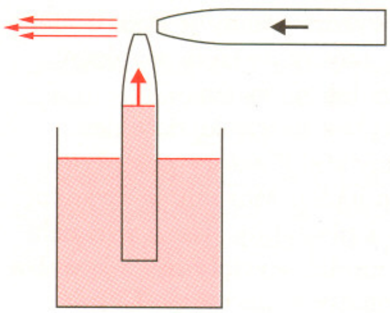
Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7



Rys. 8

Podobnie działają stery prawdziwych samolotów. Podobna jest też przyczyna powstawania siły nośnej. To właśnie opór powietrza umożliwia latanie, choć wydawałoby się, że jest on raczej istotną przeszkodą. W próżni samolot latać nie może. Szczegóły mechanizmu powstawania siły nośnej w prawdziwych samolotach są wprawdzie nieco bardziej złożone, ale ogólne zasady są podobne.

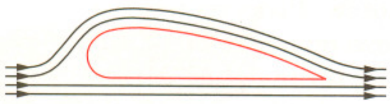
Jak działa skrzydło samolotu?

Siła nośna powstaje głównie dzięki skrzydłom samolotu. Aby się pojawiła, potrzebna jest różnica ciśnień działających na górną i dolną powierzchnię skrzydła, którego przykładowy profil pokazany jest na rysunku 7. Spróbujmy zrozumieć, skąd ta różnica ciśnień może się brać.

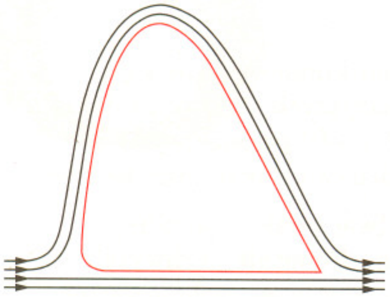
Wykonajmy proste doświadczenie. Weźmy dwie kartki i zagnijmy jeden brzeg każdej z nich pod kątem prostym. Powstałe „uchwyty" przyłóżmy do policzków z obu stron ust tak, aby powierzchnie kartek były równoległe i odległe o kilka centymetrów. Teraz mocno dmuchnijmy między kartki. Spodziewać by się można, że powietrze wdmuchnięte gwałtownie między kartki powinno je rozepchnąć. Tymczasem dzieje się wręcz przeciwnie. Kartki sklejają się! Jak to wytłumaczyć? Zróbmy nieco ambitniejsze doświadczenie. Weźmy dwie rurki zakończone dziurką o średnicy rzędu 1 mm. Ja wykorzystałem stare długopisy. Jedną rurkę wstawiamy do szklanki z wodą dziurką do góry. Drugą ustawiamy poziomo dziurka przy dziurce i mocno przez nią dmuchamy (rys. 8). Jeżeli rurka w szklance jest przezroczysta, to widać, jak podnosi się w niej słup wody. Słychać coraz wyższy gwizd, a jeśli dmuchniemy dostatecznie silnie, to woda wydostanie się z rurki i rozpyli w strumieniu wydmuchiwanego powietrza. Tak działały rozpylacze perfum w czasach, kiedy nie było jeszcze ciśnieniowych sprayów. Dobrze, ale co wspólnego ma rozpylacz perfum z samolotem? Otóż, wykorzystują one to samo prawo fizyki głoszące, że poruszające się z dużą prędkością powietrze ma mniejsze ciśnienie niż powietrze pozostające w spoczynku. Niższe od atmosferycznego ciśnienie powietrza wylatującego z rurki wysysa wodę ze szklanki. Ciśnienie atmosferyczne, wyższe od ciśnienia szybko wydmuchiwanego z ust powietrza, przyciska do siebie kartki papieru z pierwszego doświadczenia.

Umiemy już wyjaśnić oba ekperymenty, ale ciągle nie wiemy, jak się one mają do samolotu. Wykonajmy zatem trzeci, który powinien nas naprowadzić na właściwy trop. Włączmy suszarkę do włosów i skierujmy wytwarzany przez nią strumień powietrza pionowo w górę. Teraz umieśćmy w nim piłeczkę pingpongową. Wydawać by się mogło, że piłeczka podskoczy w górę i spadnie obok. Jednak, o dziwo, piłeczka tkwi w samym środku strumienia niczym w dołku, lekko tylko kołysząc się w lewo i w prawo. Możemy przesunąć suszarkę, a piłeczka posłusznie przesunie się wraz z nią. Możemy nawet pochylić strumień powietrza przekrzywiając suszarkę nadal nie gubiąc piłeczki. Jak wytłumaczyć jej tajemnicze zachowanie? Wyobraźmy sobie, że piłeczka odchyliła się tak, że jej połowa wystaje poza strumień powietrza. Na tę połowę działa ciśnienie atmosferyczne spoczywającego powietrza. Druga połowa jest opływana przez szybkie powietrze, które, jak już wiemy, ma ciśnienie niższe. A zatem ciśnienie atmosferyczne wpycha piłeczkę do środka strumienia.

Wróćmy do skrzydła samolotu. Aby powstała odpowiednia różnica ciśnień, powietrze nad skrzydłem musi poruszać się szybciej niż powietrze pod skrzydłem. Popularne wyjaśnienie, które można znaleźć w wielu



Rys. 9



Rys. 10

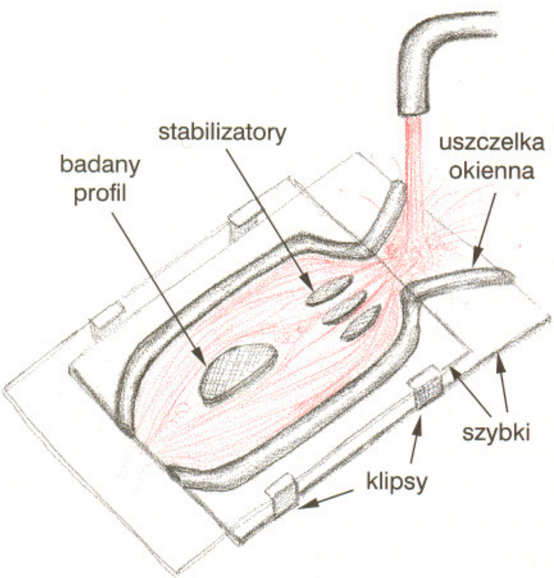
podręcznikach i encyklopediach, jest następujące: *profil skrzydła jest tak dobrany, aby powietrze opływające jego górną część, miało do pokonania dłuższą drogę niż to, które opływa część dolną, dzięki czemu powietrze nad skrzydłem musi poruszać się z większą prędkością.* (rys. 9).

Wyjaśnienie to jest bardzo proste, ale niestety błędne. Po pierwsze, nie ma żadnego powodu, żeby objętości powietrza rozdzielające się przy natarciu na skrzydło miały ponownie spotkać się przy jego końcu. Po drugie, gdyby tak nawet było, to stosunek długości dróg pod i nad skrzydłem musiałby wynosić 2–3, żeby np. samolot taki jak Wilga mógł utrzymać się w powietrzu. Profil przekroju poprzecznego skrzydła musiałby być wyższy niż dłuższy (szerszy; rys. 10)!

Dlaczego więc samolot lata, a skrzydła mają taki, a nie inny kształt? O tym napiszemy następnym razem, gdyż najpierw chcemy umożliwić Wam przeprowadzenie badań... w tunelu areodynamicznym.

Tunel hydrodynamiczny

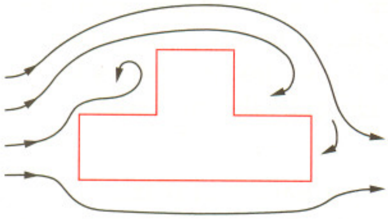
Analityczne obliczenie optymalnego kształtu samolotu jest w zasadzie niewykonalne. Projektując samolot, wykonuje się więc wiele symulacji i prób. Zamiast ryzykować rozbiciem niedopracowanych prototypów buduje się modele i testuje w tunelach aerodynamicznych. W takim tunelu model samolotu ypozostaje nieruchomy, porusza się natomiast opływające go powietrze. W podobny sposób testuje się także modele nowoczesnych samochodów, aby przez dobór optymalnego kształtu zmniejszyć do minimum opór powietrza.



Rys. 11

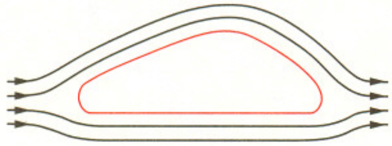
W prosty sposób możemy własnoręcznie wykonać taki tunel. Zamiast powietrza wykorzystamy jednak wodę. Będziemy ją przepuszczać między dwiema szybkami. Kształt tunelu modelujemy jak na rysunku 11, przyklejając do jednej z szybek uszczelkę do okien. Tuż za wlotem umieszczamy stabilizatory przepływu. Im więcej i im węższe, tym lepiej. Możemy je wykonać ze skrawków uszczelki lub z plasteliny. Teraz w tunelu możemy umieścić badany model, wycięty np. z kawałka gumoleum lub nawet wykonany z plasteliny. Całość przykrywamy drugą szybą tak, aby sam wlot pozostał odkryty. Najlepiej całość spiąć odpowiednio dobranymi klamrami lub opasać gumkami. Trzeba tylko pamiętać, że szkło jest kruche, więc pracę należy wykonywać tak, aby się nie pokaleczyć.

Kiedy uda nam się uzyskać stabilny przepływ, wpuszczamy kroplę atramentu przy wlocie. W tunelu pojawią się piękne smugi opływające model.



Rys. 12

Warto porównać modele staroświeckiego i nowoczesnego samochodu, takie jak na rysunkach 12 i 13. W przypadku samochodu staroświeckiego płynące strugi uderzają gwałtownie w jego przód, mieszając się ze sobą. Kąt między przednią szybą i maską staje się martwą pułapką. Za tylną szybą powstaje zaburzająca przepływ pustka. Maska samochodu nowoczesnego pięknie rozdziela nacierające strugi, które gładko opływają nadwozie. Z tyłu strugi niczym przyklejone przylegają do tylnej szyby i bagażnika, po czym gładko łączą się ze strugami płynącymi pod spodem. Teraz wiemy, dlaczego taki kształt nazywa się opływowy.



Rys. 13

Oczywiście, nie można zapomnieć o przetestowaniu profilu skrzydła! Pamiętajcie, że nie tylko kształt, ale również kąt nachylenia skrzydła ma znaczenie. Postarajcie się zauważyć, którędy znaczona atramentem woda płynie szybciej.

Życzę pomysłowości w opracowywaniu nowych modeli i dobrej zabawy przy ich testowaniu.

Małą Deltę przygotował Grzegorz WROCHNA

O pewnych równaniach diofantycznych

Witold BEDNAREK

Równanie Pitagorasa $x^2 + y^2 = z^2$ jest najbardziej znanym równaniem diofantycznym, tj. takim, którego rozwiązań poszukuje się w zbiorze liczb naturalnych – lub ogólniej – liczb całkowitych. Rozwiązaniem tego równania w liczbach naturalnych z najmniejszym z (o czym dowiadujemy się już w szkole podstawowej) jest trójka liczb $(x, y, z) = (3, 4, 5)$. Równanie to ma nieskończenie wiele rozwiązań, które opisują wzory $x = 2kmn$, $y = k(m^2 - n^2)$, $z = k(m^2 + n^2)$, gdzie k i $m > n$ są liczbami naturalnymi, przy czym wystarczy podstawiać m i n względnie pierwsze różnej parzystości.

Równanie Pitagorasa można uogólnić, wprowadzając większą liczbę niewiadomych

$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 = y^2.$$

Nie wdając się w szczegóły, powiedzmy jedynie to, że powyższe równanie ma rozwiązanie dla każdego $m > 2$. Wystarczy bowiem przyjąć

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_{m-1} = 2, \quad x_m = m - 2 \quad \text{i} \quad y = m.$$

Można dokonać innego uogólnienia i zwiększyć wykładniki (jak to zrobił Fermat), rozważając równanie $x^n + y^n = z^n$ dla $n > 2$ i $n, x, y, z \in \mathbb{N}$. Równanie to nie ma rozwiązania, co ostatecznie udowodnił Andrew Wiles w 1994 r.

Można pójść krok dalej, zwiększając i wykładniki, i liczbę niewiadomych.

Na przykład

$$x^3 + y^3 + z^3 = t^3.$$

Mamy tu rozwiązanie $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$. Euler wyraził przypuszczenie, że równanie

$$x^4 + y^4 + z^4 = t^4.$$

nie ma rozwiązania. Hipotezę tę obalił Elkies w 1988 r., podając przykład

$$2\,682\,440^4 + 15\,365\,639^4 + 18\,796\,760^4 = 20\,615\,373^4$$

(dziś znamy mniejsze liczby stanowiące rozwiązanie

$$95\,800^4 + 217\,519^4 + 414\,560^4 = 422\,481^4).$$

Równanie

$$x^4 + y^4 + z^4 + t^4 = u^4.$$

ma również rozwiązanie:

$$30^4 + 120^4 + 272^4 + 315^4 = 353^4.$$

Inne przypuszczenie Eulera mówi, że równanie

$$x^5 + y^5 + z^5 + t^5 = u^5.$$

nie ma rozwiązania. Tę hipotezę Eulera obalono w 1967 r.

$$27^5 + 85^5 + 110^5 + 135^5 = 144^5.$$

Nic jednak nie wiadomo o równaniu

$$x^5 + y^5 + z^5 = t^5;$$

Euler przypuszczał, że i ono nie ma rozwiązania. Powyższe równania można zapisać w postaci ogólnej

$$x_1^n + x_2^n + \ldots + x_m^n = y^n.$$

Na podstawie podanych przykładów wypada stwierdzić, że nie widać jakiejś uniwersalnej metody rozwiązania. Dlatego ułatwimy sobie zadanie (co za chwilę się okaże) i rozważymy równanie

$$x_1^n + x_2^n + \ldots + x_m^n = y^k,$$

gdzie liczby n i k są względnie pierwsze.

Skoro n i k są względnie pierwsze, to istnieją takie liczby naturalne α i β, że $\alpha k - \beta n = 1$. Połóżmy $x_1 = x_2 = \ldots = x_m = m^{sk+\beta}$ i $y = m^{sn+\alpha}$, gdzie s jest dowolną liczbą naturalną. Wtedy

$$\begin{aligned} x_1^n + x_2^n + \ldots + x_m^n &= m \cdot m^{(sk+\beta)n} = \\ &= m^{1+skn+\beta n} = \\ &= (m^{sn+\alpha})^k = y^k. \end{aligned}$$